

О НЕЗАВИСИМОСТИ МАССЫ ОТ СКОРОСТИ И РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Шипов Г.И.

Введение

В Московском государственном университете студентам Физфака на лекциях по специальной теории относительности была выписана формула массы движущегося тела

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (1)$$

где m_0 - масса частицы в системе отсчета, в которой она неподвижна (масса покоя), v - 3D скорость инерциальной системы отсчета и c - скорость света. Каково же было мое удивление, когда на страницах такого консервативного журнала как УФН я прочел две статьи Л.Б.Окуня [1,2], в которых показано что формула (1) неверна и масса от скорости не зависит. Известно, что через формулу (1) определяется полная релятивистская энергия частицы

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0 c^2 + \frac{m_0 v^2}{2} + \dots, \quad (2)$$

где

$$E_0 = m_0 c^2 \quad (3)$$

- энергия покоя частицы. Согласно формуле (2), основной энергией нерелятивистской частицы ($v^2/c^2 \ll 1$) является энергия покоя (3), что подтверждено экспериментально в многочисленных ядерных реакциях. Так почему же неверна формула (1) и откуда взялась формула (2)?

1. Ограничения на инвариантность уравнений движения заряда относительно преобразований Лоренца

Исторически сложилось так, что для уравнений Максвелла преобразование полей

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x, & E'_y &= (E_y - \frac{v}{c} H_z) \beta, & E'_z &= (E_z + \frac{v}{c} H_y) \beta, \\ H'_x &= H_x, & H'_y &= (H_y + \frac{v}{c} E_z) \beta, & H'_z &= (H_z - \frac{v}{c} E_y) \beta, \end{aligned} \quad (I)$$
$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

и координат

$$x' = (x - vt)\beta, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \left(t - \frac{xy}{c^2}\right)\beta, \quad (\text{II})$$

при переходе наблюдателя от неподвижной системы S в движущуюся с постоянной скоростью v вдоль оси x систему S' , впервые использовал Лармор в книге «Эфир и материя». В своей основополагающей работе 1905 г. «К электродинамике движущихся тел» [3], А.Эйнштейн называет преобразования (I), (II) преобразованиями Лоренца и использует их для доказательства инвариантности уравнений движения заряда e с массой покоя m_0 следующим образом. Он, следуя Лоренцу и Пуанкаре, записывает покомпонентно уравнения движения заряда в кулоновском поле источника в системе отсчета S

$$m_0 \frac{d^2 x}{dt^2} = eE_x, \quad m_0 \frac{d^2 y}{dt^2} = eE_y, \quad m_0 \frac{d^2 z}{dt^2} = eE_z$$

и постулирует, что в системе S' эти уравнения имеют такой же вид

$$m'_0 \frac{d^2 x'}{dt'^2} = e'E'_x, \quad m'_0 \frac{d^2 y'}{dt'^2} = e'E'_y, \quad m'_0 \frac{d^2 z'}{dt'^2} = e'E'_z, \quad (4)$$

но все величины, входящие в них, штрихованы. Далее, А.Эйнштейн делает два предположения [3]:

1. Заряд не зависит от скорости движения системы S'

$$e' = e = inv. \quad (5)$$

2. Масса покоя не зависит от скорости движения системы S'

$$m'_0 = m_0 = inv. \quad (6)$$

Теперь уравнения (4) принимают вид

$$m_0 \frac{du'_x}{dt'} = eE'_x, \quad m_0 \frac{du'_y}{dt'} = eE'_y, \quad m_0 \frac{du'_z}{dt'^2} = eE'_z, \quad (7)$$

где $u'_\alpha = dx'_\alpha / dt'$, $\alpha = x, y, z$ — скорость заряда в системе отсчета S' . Дифференцируя преобразования координат (II), находим

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{u_x - v}{1 - u_x v / c^2}, \quad u'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{u_y}{\beta(1 - u_x v / c^2)}, \quad u'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{u_z}{\beta(1 - u_x v / c^2)}. \quad (8)$$

1.1 Дополнительные предположения, при которых выполняется условие инвариантности заряда (5)

На самом деле, условие (5) выполняется только при определенных дополнительных предположениях [3]. Действительно, запишем уравнения Максвелла с источниками в системе S

$$\operatorname{div}\vec{E} = 4\pi\rho, \quad \operatorname{rot}\vec{E} = \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{div}\vec{H} = 0, \quad \operatorname{rot}\vec{H} = \frac{1}{c}\left(\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + 4\pi\rho\vec{u}\right) \quad (9)$$

и, полагая инвариантность уравнений (9) относительно преобразований (I) и (II), запишем эти уравнения в системе S'

$$\operatorname{div}'\vec{E}' = 4\pi\rho', \quad \operatorname{rot}'\vec{E}' = \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}'}{\partial t'}, \quad \operatorname{div}'\vec{H}' = 0, \quad \operatorname{rot}'\vec{H}' = \frac{1}{c}\left(\frac{\partial\vec{E}'}{\partial t'} + 4\pi\rho'\vec{u}'\right). \quad (10)$$

Здесь компоненты скорости \vec{u} преобразуются согласно (8), а плотность заряда ρ преобразуется как

$$\rho' = \rho\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)\beta, \quad (11)$$

откуда заряд вычисляется как

$$e' = \frac{1}{4\pi} \int \rho' dx' dy' dz' = \frac{1}{4\pi} \int \rho \left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right) \beta^2 dx dy dz. \quad (12)$$

Для точечной частицы $\rho' = e' \delta(\vec{r}')$ и $\rho = e \delta(\vec{r})$, где $\delta(\vec{r})$ - 3D функция Дирака, поэтому из (12) мы имеем

$$e' = e \left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right) \beta^2. \quad (13)$$

Мы видим, что условие (5) выполняется, если

$$\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right) \beta^2 = \left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right) \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1} = 1,$$

откуда

$$u_x = v = \text{const}, \quad (14)$$

при этом плотность заряда (11) преобразуется как

$$\rho' = \rho \beta^{-1}. \quad (14a)$$

Таким образом, условие инвариантности заряда (5) для точечного заряда (другой модели заряда уравнения Максвелла не содержат) выполняется, если:

- 1) система отсчета S' связана с зарядом (формула (14));

2) заряд движется прямолинейно и равномерно (формула (14)).

1.2 Приближенная релятивистская инвариантность уравнений движения заряда

Условие инвариантности заряда (5) и его следствие (14) для уравнений (7) дает

$$m_0 \frac{du'_x}{dt'} = 0, \quad m_0 \frac{du'_y}{dt'} = 0, \quad m_0 \frac{du'_z}{dt'^2} = 0, \quad (15)$$

где, как это следует из (8) при условии (14),

$$u'_x = 0, \quad u'_y = \frac{u_y}{(1-v^2/c^2)^{1/2}} = const, \quad u'_z = \frac{u_z}{(1-v^2/c^2)^{1/2}} = const, \quad (16)$$

откуда

$$u_x = const, \quad u_y = const, \quad u_z = const. \quad (17)$$

Таким образом, уравнения движения (7) и уравнения поля Максвелла (10) инвариантны относительно преобразований (I), (II) (при условии инвариантности точечного заряда (5)) только при равномерном и прямолинейном движении «пробных зарядов» и источников поля. Понимая это, А.Эйнштейн проводит доказательство инвариантности уравнений движения заряда, рассматривая *слабое ускорение заряда* [3], полагая, вместо (5), (16) и (17), приближенные равенства

$$u'_x \approx 0, \quad u_x \approx v = const, \quad e' \approx e = inv \quad (18)$$

и продолжая считать, что

$$m'_0 = m_0 = inv.$$

Дифференцируя (8), находим

$$\begin{aligned} \frac{du'_x}{dt'} &= \frac{1}{\beta} \frac{\dot{u}_x(1-u_x v/c^2) + (u_x - v)\dot{u}_x v/c^2}{(1-u_x v/c^2)^3}, \\ \frac{du'_y}{dt'} &= \frac{1}{\beta^2} \frac{\dot{u}_y(1-u_x v/c^2) + u_y \dot{u}_x v/c^2}{(1-u_x v/c^2)^3}, \\ \frac{du'_z}{dt'} &= \frac{1}{\beta^2} \frac{\dot{u}_z(1-u_x v/c^2) + u_z \dot{u}_x v/c^2}{(1-u_x v/c^2)^3}, \end{aligned} \quad (19)$$

Используя первые два соотношения (18), и учитывая, что

$$u_x \approx v, \quad \dot{u}_x \approx 0, \quad (20)$$

запишем (19) как

$$\begin{aligned}
\frac{du'_x}{dt'} &= \frac{1}{\beta} \frac{\dot{u}_x \beta^{-2}}{\beta^{-6}} = \beta^3 \frac{du_x}{dt} = \frac{d}{dt}(u_x \beta), \\
\frac{du'_y}{dt'} &= \frac{1}{\beta^2} \frac{\dot{u}_y \beta^{-2}}{\beta^{-6}} = \beta^2 \frac{du_y}{dt}, \\
\frac{du'_z}{dt'} &= \frac{1}{\beta^2} \frac{\dot{u}_z \beta^{-2}}{\beta^{-6}} = \beta^2 \frac{du_z}{dt},
\end{aligned} \tag{21}$$

В первом равенстве мы использовали первое из условий (20), представив β как

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1-u_x^2/c^2}} \approx const.$$

Поэтому

$$\frac{d}{dt}(u_x \beta) = \beta \dot{u}_x + u_x \dot{\beta} = \beta \dot{u}_x + \beta^3 \dot{u}_x \frac{u_x^2}{c^2} = \beta^3 \dot{u}_x \left(\frac{u_x^2}{c^2} + \frac{1}{\beta} \right) = \beta^3 \dot{u}_x,$$

где мы использовали приближенное соотношение

$$\left(\frac{u_x^2}{c^2} + \frac{1}{\beta} \right) \cong 1.$$

Теперь уравнения (7), с учетом преобразования полей (I), запишутся как

$$\begin{aligned}
m_0 \beta^3 \frac{du_x}{dt} &= m_0 \frac{d}{dt}(u_x \beta) = eE_x, \\
m_0 \beta \frac{du_y}{dt} &= m_0 \frac{d}{dt}(u_y \beta) = e \left(E_y - \frac{v}{c} H_z \right), \\
m_0 \beta \frac{du_z}{dt} &= m_0 \frac{d}{dt}(u_z \beta) = e \left(E_z + \frac{v}{c} H_y \right).
\end{aligned} \tag{22}$$

Поскольку движение идет вдоль оси x , то $u_y = u_z = 0$ и $v \approx u_x$, поэтому мы можем записать уравнения (22) как

$$\begin{aligned}
m_0 \frac{d}{dt}(u_x \beta) &= e \left(E_x + \frac{u_y}{c} H_z - \frac{u_x}{c} H_y \right), \\
m_0 \frac{d}{dt}(u_y \beta) &= e \left(E_y + \frac{u_z}{c} H_x - \frac{u_x}{c} H_z \right), \\
m_0 \frac{d}{dt}(u_z \beta) &= e \left(E_z + \frac{u_x}{c} H_y - \frac{u_y}{c} H_x \right).
\end{aligned} \tag{23}$$

2. Четырехмерная запись уравнений движения заряда и независимость массы от скорости

Умножим уравнения (23) на, получим βc^{-1}

$$\begin{aligned}
 m_0 \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(u_x\beta) &= \frac{e}{c}(E_x\beta + \frac{u_y\beta}{c} H_z - \frac{u_x\beta}{c} H_y), \\
 m_0 \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(u_y\beta) &= \frac{e}{c}(E_y\beta + \frac{u_z\beta}{c} H_x - \frac{u_x\beta}{c} H_z), \\
 m_0 \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(u_z\beta) &= \frac{e}{c}(E_z\beta + \frac{u_x\beta}{c} H_y - \frac{u_y\beta}{c} H_x)
 \end{aligned} \tag{24}$$

или

$$\begin{aligned}
 m_0 \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(u_x\beta) &= \frac{e}{c^2}(E_x c\beta + u_y\beta H_z - u_x\beta H_y), \\
 m_0 \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(u_y\beta) &= \frac{e}{c^2}(E_y c\beta + u_z\beta H_x - u_x\beta H_z), \\
 m_0 \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(u_z\beta) &= \frac{e}{c^2}(E_z c\beta + u_x\beta H_y - u_y\beta H_x).
 \end{aligned} \tag{25}$$

Введем теперь 4D пространство Минковского с интервалом

$$ds = \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = cdt \sqrt{\left(1 - \left\{\left(\frac{dx}{cdt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{cdt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{cdt}\right)^2\right\}\right)} = \beta^{-1} cdt, \tag{26}$$

в котором задан 4D вектор скорости

$$z^i = (z^0, z^\alpha) = (c\beta, u^\alpha \beta) = \left(\frac{c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \frac{u^\alpha}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right), \tag{27}$$

$$\alpha = 1, 2, 3,$$

квадрат которого равен

$$z^i z_i = c^2. \tag{28}$$

Умножая (28) на m_0^2 получим квадрат 4D вектора энергии-импульса

$$p^i p_i = p^0 p_0 - p^\alpha p_\alpha = m_0^2 c^2 \quad (29)$$

с компонентами

$$p^i = (p^0, p^\alpha) = \left(\frac{m_0 c^2}{c \sqrt{1 - v^2 / c^2}}, \frac{m_0 u^\alpha}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \right) = \left(\frac{E_0}{c \sqrt{1 - v^2 / c^2}}, \frac{m_0 u^\alpha}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \right), \quad (30)$$

где $E_0 = m_0 c^2$ - энергия покоя (3), а

$$\frac{E}{c} = \frac{E_0}{c \sqrt{1 - v^2 / c^2}} \quad (31)$$

временна́я компонента 4D вектора энергии-импульса, из которой следует формула (2).

Как легко видеть из формул (27) и (30), релятивистский множитель $\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$, в формуле (31) связан не с массой m_0 , а с временно́й компонентой 4D вектора скорости (27). *Именно эта компонента зависит от 3D скорости частицы, а не масса частицы.*

В соответствии с приближенным равенством (20), скорость v оказывается в формуле (31) скоростью частицы. Только поэтому допустимо разложение квадратного корня в формуле (2) по степеням v/c .

Используя соотношения (26) и (27), мы можем теперь записать уравнения (25) как

$$m_0 \frac{d}{ds} (z^\alpha) = \frac{e}{c^2} F^{i\alpha} z_i, \quad (32)$$

где $\alpha = 1, 2, 3$ и $i = 0, 1, 2, 3$, а матрица F^{ik} имеет вид

$$F^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -H_x & H_y \\ E_y & H_z & 0 & -H_x \\ E_z & -H_y & -H_x & 0 \end{pmatrix}. \quad (33)$$

Чтобы получить четырехмерные уравнения движения заряда, мы добавим к 3 уравнениям (32) четвертое уравнение вида

$$m_0 \frac{d}{ds} (z^0) = \frac{e}{c^2} F^{i0} z_i, \quad (34)$$

которого, вообще говоря, в электродинамике Максвелла-Лоренца нет. Левая часть этого уравнения отлична от нуля лишь при условии (20), а при $v = const$ обращается в нуль.

Объединяя уравнения (32) с уравнением (34), мы получим 4D уравнения

$$m_0 \frac{d}{ds}(z^k) = \frac{e}{c^2} F^{ik} z_i, \quad (35)$$

$$i, k = 0, 1, 2, 3,$$

известные нам из учебников.

Заключение

Из нашего анализа следует:

1. Л.Б.Окунь [1,2] абсолютно прав, когда утверждает, что масса частицы не зависит от ее 3D скорости. В работе А.Эйнштейна [3] это утверждение используется при доказательстве релятивистской инвариантности уравнений движения.
2. Согласно формуле (13), при ускоренном движении *величина заряда зависит от 3D скорости движения частицы*, поэтому инвариантность заряда является третьим (неявным) постулатом специальной теории относительности [4].
3. Условие инвариантности заряда (5) выполняется для зарядов, *которые движутся прямолинейно и равномерно*. Только в этом случае плотность заряд преобразуется по формуле (14а), позволяя записать уравнения Максвелла (10) с источниками в четырехмерном виде как

$$\frac{\partial}{\partial x^k}(F^{ik}) = -\frac{4\pi}{c} j^i, \quad (36)$$

где

$$j^i = (\rho c, \rho z_\alpha)$$

- 4D ток.

4. Релятивистская инвариантность уравнений (35) и (36) *выполняется лишь приближенно* при малых ускорениях зарядов, т.е. в слабых электромагнитных полях, когда выполняется неравенство [4]

$$E, H \ll 10^{16} \text{ ед. СГСЕ}. \quad (37)$$

5. Релятивистская инвариантность уравнений (35) и (36) нарушается при ультрарелятивистских скоростях в слабых полях или при нерелятивистских скоростях, но в сильных полях

$$E, H \geq 10^{16} \text{ ед. СГСЕ} .$$

Такие поля появляются в электродинамике, когда нерелятивистские заряженные частицы взаимодействуют расстояниях порядка классического радиуса электрона

$$r_{кл} = e^2 / m_0 c^2 = 2.8 \cdot 10^{-13} \text{ см} . \quad (38)$$

Отметим, что квантование уравнений (35) и (36) не затрагивает проблему нарушения релятивистской инвариантности уравнений электродинамики, если ускорения частиц становятся большими.

Большинство теоретиков полагают, что уравнения (35), (36) и их квантовое обобщение релятивистски инвариантны при любых значениях полей, применяя квантовую электродинамику для описания взаимодействия элементарных частиц на расстояниях порядка (38) и менее. Это абсолютно неверно, поскольку и 4D запись уравнений электродинамики и их квантование не отменяют нарушение релятивистской инвариантности этих уравнений при больших ускорениях. Я полагаю, что А.Эйнштейн, при создании общей теории относительности, в большей степени руководствовался высказанными выше соображениями, пытаюсь найти уравнения электродинамики для больших ускорений зарядов. Продолжая его работы в этом направлении, я уже в далеком 1972 г. нашел принципиальное решение этой проблемы [5], записав уравнения общерелятивистской нелинейной электродинамики в виде, подобном уравнениям гравитации Эйнштейна, но в параметрической римановой геометрии, зависящей от удельного заряда $k = e/m_0$ пробной частицы. В результате, на базе вакуумных решений новой электродинамики, удалось фундаментальным образом описать ядерные взаимодействия как заряженных (например, протонов и ядер), так и нейтральных и заряженных (например, нейтронов и ядер) частиц [6,7], не прибегая к «написанным руками» феноменологическим ядерным потенциалам.

С другой стороны, в квантовой механике масса частицы зависит от частоты ω волновой функции поскольку

$$E = m_0 c^2 = \hbar \omega \rightarrow m_0(\omega) = \frac{\hbar}{c^2} \omega , \quad (39)$$

где \hbar - постоянная Планка. Физический смысл зависимости массы от частоты становится ясным только в Теории физического вакуума [6]. В этой теории масса частицы имеет чисто полевую природу, и определяется по формуле

$$m_0 = \int \rho (-g)^{1/2} dV = \frac{c^2}{8\pi G} \int g^{jm} \left(\nabla_{[i} T^i_{j|m]} + T^i_{s[j} T^s_{|i|m]} \right) (-g)^{1/2} dV ,$$

где T^i_{jk} - тензор поля инерции (торсионное поле). В (квази)инерциальной системе отсчета это соотношение упрощается, принимая вид [8]

$$m_0 = \int \rho dV = m_0 \int \bar{\Psi} \Psi dV , \quad (40)$$

где Ψ - нормированное на единицу поле инерции, удовлетворяющее уравнению Шредингера. Вычисляя энергию поля Ψ , мы получаем формулу (39), при этом угловая скорость в ней определяется через спин частицы. Поскольку спин это механическое вращение, то, согласно, (39) любая масса обращается в нуль, если обращается в нуль вращение элементов внутри ее. С другой стороны, массой $m_0(\omega)$ можно управлять путем изменения угловой скорости вращения элементов, ее составляющих. Экспериментальная проверка, подтверждающая этот вывод, была проделана группой российских ученых в работе [9], а об успешной проверке в космосе было официально сообщено в [10].

21.05.2010.

Ссылки

1. *Окунь Л.Б.* // УФН, **178**, № 5, сс 541-555, (2008).
2. *Окунь Л.Б.* // УФН, **178**, № 6, сс 653-663, (2008).
3. *Einstein A.* // Ann. Phys. 1905. Vol. 17. P.891.
4. *Шипов Г.И.* // Простое доказательство релятивистской не инвариантности уравнений классической электродинамики // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.12865, 25.01.2006
<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/003a/02310015.htm>
5. *Шипов Г.И.* // О решении первой проблемы Эйнштейна // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14116, 29.12.2006
<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/003a/02311018.htm>
6. *Шипов Г.И.* // Теория Физического Вакуума, теория эксперименты и технологии, М., Наука, 1997. 450 с.
7. *Губарев Е.А., Сидоров А.Н., Шипов Г.И.* // Труды V семинара «Гравитационная энергия и гравитационные волны», ОИЯИ, Дубна, 1993. С. 232–238.
8. *Шипов Г.И.* // Торсионная природа квантовой механики // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.15902, 02.05.2010
<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/003a/02311021.htm>
9. *Шипов Г.И.* // 4D гироскоп в механике Декарта // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.13938, 26.10.2006
<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/004a/02311026.htm>
10. *Меньшиков В.А.* // <http://txt.newsru.com/russia/17feb2010/gravicapa.html>