

КЛАССИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА. ЗАСТОЙ И ПУТИ ВЫХОДА ИЗ НЕГО

Шипов Г.И.

Введение

Существует мнение, что электродинамика представляет собой идеальный образец физической теории. Однако, как было уже отмечено в работе [1], ее основной недостаток заключается в том, что уравнения теории сформулированы в несуществующих в природе инерциальных системах отсчета. Исходное понятие «инерциальной» системы отсчета является источником всех её трудностей [2], которые автоматически перешли в квантовую электродинамику. Уравнения классической электродинамики, записанные в 4D инерциальной системе отсчета, включают в себя уравнения движения заряда e с массой μ

$$\frac{du^i}{ds_0} = \frac{e}{\mu c^2} F^{ki} u_k, \quad i, k = 0, 1, 2, 3, \quad (1)$$

и уравнения поля (уравнения Максвелла)

$$\frac{\partial F^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^i, \quad j^i = \rho \frac{dx^i}{dt}, \quad \rho = e\delta(\vec{r}), \quad (2)$$

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x^k} = 0, \quad (2a)$$

где $\delta(\vec{r})$ - дельта функция Дирака,

$$F_{ik} = A_{k,i} - A_{i,k} = \frac{\partial A_k}{\partial x_i} - \frac{\partial A_i}{\partial x_k} = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -H_z & H_y \\ -E_y & H_z & 0 & -H_x \\ -E_z & -H_y & H_x & 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

- тензор электромагнитного поля и A_k - 4D потенциал электромагнитного поля, c - скорость света. Уравнения (1) и (2) линейны относительно электромагнитных полей \vec{E} и \vec{H} . Уже одно это говорит об их ограниченности. Линейность уравнений Максвелла вызывала у А. Эйнштейна сомнения в их окончательной формулировке, поэтому он писал:

«Теория Максвелла описывается на обширном материале как полевая теория первого приближения; нельзя упускать из вида, что линейность уравнений Максвелла может не соответствовать действительности и что истинные уравнения электромагнетизма для сильных полей могут отличаться от максвелловских» [3].

Уравнения движения (1) описывают поступательное движение заряженной частицы, большинство из которых имеет собственное вращение – спин. Например, электрон имеет спин $s = \hbar/2$, при этом в макроскопических экспериментах Барнетта [4] и Эйнштейна- де

Гааза [5] суммарный спин ферромагнетика проявляет себя через механический момент системы. Поэтому к уравнениям движения центра масс заряженной частицы (1) необходимо добавить феноменологические вращательные уравнения Феликса Блоха [6], которые описывают движения спина $s = \hbar/2$ во внешних электромагнитных полях

$$\frac{ds^\alpha}{dt} = g \frac{e}{2\mu c} F^{\alpha\beta} s_\beta = g \omega^{\alpha\beta} s_\beta, \quad \omega^{\alpha\beta} = \frac{e}{2\mu c} F^{\alpha\beta}, \quad \alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3. \quad (4)$$

В уравнениях (4) s_α - вектор спина, $F^{\alpha\beta}$ - пространственные компоненты тензора (3) (компоненты магнитного поля), $\omega^{\alpha\beta}$ - частота Лармора, g - фактор Ланде, который принимает два значения: а) $g = 1$ при орбитальной прецессии спина и б) $g = 2$ при собственной прецессии спина во внешнем магнитном поле. Уравнения (4), совместно с уравнениями (1), позволяют нам интерпретировать *электрон как заряженный гироскоп*, движущийся во внешних электромагнитных полях [7]. Хотя в уравнения (4) входит квантовая константа \hbar , они являются чисто классическими вращательными уравнениями, подобными вращательным уравнениям Эйлера в механике твердого тела [1]. Уравнения движения (1) и (4) записаны относительно инерциальной системы отсчета S , тогда как система отсчета S' связанная с зарядом является ускоренной, при этом, как показано в работе [1], заряженная частица представляет собой *ориентируемую материальную точку* со всеми вытекающими отсюда последствиями. Напомним, что в этом случае все динамические характеристики частицы, такие как скорость u_k и вектор спина s_α являются функциями не только четырех трансляционных координат x, y, z, ct , но и трех угловых переменных $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ (например, углов Эйлера).

1. Трудности электродинамики, известные из учебников

Надо отметить, что революция в физике в конце 19го и в начале 20го века началась в классической электродинамике, поскольку в ней были обнаружены трудности экспериментального и теоретического характера.

1.1 Бесконечная собственная энергия заряда

Общеизвестна бесконечная собственная электростатическая энергия точечного заряда [8-10] классической электродинамики. Для точечной частицы эта энергия вычисляется как

$$W = \frac{1}{8\pi} \int E^2 dV = \frac{1}{8\pi} \int_0^\infty \frac{e^2}{r^4} 4\pi r^2 dr = -\frac{e^2}{2r} \Big|_0^\infty = \infty. \quad (5)$$

Нереальная величина энергии породила в электродинамике проблему бесконечно больших величин и, соответственно, различные теории перенормировок, цель которых заменить бесконечно большие величины конечными.

Были предприняты огромные интеллектуальные усилия для устранения бесконечностей из уравнений классической и квантовой электродинамик. Еще в начале 20го века Г.Ми предложил чисто полевую нелинейную электродинамику с конечной собственной энергией заряда [11]. Теоретические работы Г.Ми были продолжены М.Борном, Л. Инфельдом [12,13], М. Абрагамом [14], П. Дираком [15], Дж. Уиллером и Р.Фейнманом [16], А. Лан-

де [17], Д. Бомом [18] и другими известными физиками. Анализ этих работ показывает, что предложенные модели нелинейной электродинамики сводятся к уравнениям линейной электродинамики Максвелла-Лоренца, в которой плотность заряда ρ не является точечной, а распределена в некоторой области пространства с характерным подгоночным параметром, введенным в уравнения «руками». Однако А. Зоммерфельд скептически воспринимал эти работы, поскольку «было бы просто удивительно, если бы основная проблема элементарных частиц (проблема сингулярности) была решена с помощью хитрых уловок» [19].

Появление квантовой электродинамики вселила в физиков надежду, что она сможет разрешить трудности классической электродинамики, в частности проблему бесконечности в равенстве (5). Однако оказалось, что уравнения квантовой электродинамики так же содержат бесконечно большие величины, правда в квантовой теории они имеют специфический «квантовый» характер. Уже первые работы В. Гейзенберга и В. Паули [20] по квантовой теории взаимодействия света с веществом обнаружили расходимости в уравнениях квантовой электродинамики. В 1930 г. Дж. Валлер [21], используя уравнение Дирака, показал, что собственная масса «квантованного» электрона расходится квадратично. В то же время Дж. Опенгеймером [22] была найдена главная причина расходимостей – точечность рассматриваемой частицы. Последующие расчеты В. Вайскопфа [23], использовавшего электронно-позитронную теорию Дирака, показали, что во втором порядке теории возмущений масса электрона расходится логарифмически. Используя диаграммную технику Фейнмана, Ф. Дайсон в своей классической работе [24] пересмотрел результаты В. Вайскопфа и пришел к выводу, что кроме логарифмической расходимости собственной массы существует еще и логарифмическая расходимость заряда.

Эти несовместимые со здравым смыслом выводы породили массу работ, модифицирующих уравнения квантовой электродинамики. Это модели Паули-Вилларса [25-28], электродинамики с нулевой затравочной массой заряда [29,30], нелокальные теории [31-37], перенормировки путем введения элементарной длины [38,39], модификации пропэгаторов элементарных частиц [40], включение высших производных [41] и т.д.

Все эти работы вызвали разногласия между создателями квантовой электродинамики П. Дираком, Р. Фейнманом и др. и основной массой теоретиков. Согласно П. Дираку все предложенные модификации квантовой электродинамики не снимают проблему расходимостей [42]. Они, по-видимому, являются временным средством, помогающим *обойти* трудности, а не разрешить их, тем более что имеются сомнения во внутренней непротиворечивости процедур перенормировки. Некоторые теоретики считают, что математические трудности, с которыми приходится сталкиваться при модификации квантовой электродинамики (именно это происходит при введении в уравнения процедуры перенормировки), настолько велики, что возникают обоснованные сомнения в правильности выбранного пути. Поэтому Р. Фейнман заявляет: «теории перенормировки – это просто один из способов заметать под ковер трудности электродинамики, связанные с расходимостью» [43].

Еще более радикальную позицию в этом вопросе занимал один из создателей квантовой электродинамики П. Дирак. В работе [42] он писал:

«Правильный вывод состоит в том, что основные уравнения неверны. Их нужно существенно изменить, с тем, чтобы в теории вообще не возникали бесконечности и чтобы уравнения решались точно, по обычным правилам, без всяких трудностей. Это условие потребует каких-то очень серьезных изменений: небольшие изменения ничего не дадут».

Несмотря на эти заявления, теоретики продолжали (и до сих пор продолжают) применять теорию перенормировок при расчетах в квантовой электродинамике и не только в

ней. Возникла самостоятельная наука «Теория перенормировок», которая разрабатывает идеи перенормировки для других физических полей. К чему это привело достаточно точно описано в книге Ли Смолина «Неприятности с физикой: взлет теории струн, упадок науки и что за этим следует» [44], а именно: государственную поддержку получают теоретические исследования, которые больше относятся к разделу математической, чем теоретической физики. Дело дошло до того, что ведущими теоретиками считаются специалисты в теории струн с хорошей математической подготовкой, но без глубокого знания противоречий и трудностей известных нам фундаментальных теорий.

Вывод № 1: *Одной из основных трудностей классической и квантовой электродинамик, до сих пор нерешенной в общепринятой теории, является точечность заряда.*

1.2 Проблема излучения заряда при его ускорении

При ускоренном движении заряда из уравнений Максвелла (2) следуют решения, которые описывают излученные зарядом электромагнитные поля. Рассматривая заряд как жесткую сферу радиуса a с равномерным распределением на ней, М. Абрагаам и Г. Лоренц нашли 3D уравнения движения заряда [45] в виде

$$\left(\mu + \frac{2e^2}{3ac^2} \right) \ddot{\vec{x}} = e\vec{E} + \frac{e}{c} [\dot{\vec{x}}\vec{H}] + \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{\vec{x}} + \dots, \quad \dot{\vec{x}} = \frac{d\vec{x}}{dt}. \quad (6)$$

Здесь $e\vec{E} + \frac{e}{c} [\dot{\vec{x}}\vec{H}]$ - сила Лоренца, $\frac{2e^2}{3c^3} \ddot{\vec{x}}$ - сила реакции излучения и $\frac{2e^2}{3ac^2}$ - «электромагнитная масса» электрона. Очевидно, что для точечного электрона $a = 0$, поэтому электромагнитная масса для него обращается в бесконечность и сдвинуть такой электрон невозможно никакими силами. Поэтому бесконечную массу просто выбрасывают из уравнений (6), записывая их как

$$\mu \ddot{\vec{x}} = e\vec{E} + \frac{e}{c} [\dot{\vec{x}}\vec{H}] + \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{\vec{x}}. \quad (7)$$

При отсутствии внешней силы уравнения (7) запишутся как

$$\mu \ddot{\vec{x}} = \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{\vec{x}}. \quad (8)$$

Уравнения (8) имеют два решения:

- а) тривиальное, когда $\ddot{\vec{x}} = 0$;
- б) самоускоряющееся, когда

$$\ddot{\vec{x}} = a \exp\left(\frac{3e^3}{2\mu c^2} t\right),$$

где a – ускорение в момент времени $t = 0$. Из полученного решения следует, что достаточно небольшого начального ускорения, чтобы заряд начал самоускоряться.

В научной литературе существует несколько вариантов 4D записи уравнений движения (1) с учетом силы радиационного трения. Например, в учебнике [46] мы находим следующие уравнения

$$\frac{du^i}{ds_0} = \frac{e}{\mu c^2} F^{ki} u_k + \frac{1}{\mu c} g^i, \quad i, k = 0, 1, 2, 3, \quad (9)$$

где g^i/c - 4D сила реакции излучения

$$g^i = \frac{2e^2}{3c^3} \left(\frac{d^2 u^i}{ds_0^2} - u^i u^k \frac{d^2 u_k}{ds_0^2} \right). \quad (10)$$

Вывод № 2: *Трудности электродинамики, связанные с излучением, порождены точечной моделью заряженной частицы.*

2. Трудности электродинамики, не вошедшие в учебники

Причина трудностей, не вошедших в учебники, связана с отсутствием инерциальных систем отсчета в природе, поэтому А. Пуанкаре, Г. Лоренц, А. Эйнштейн, и М. Минковский старались завуалировать эту проблему, когда происходило становление релятивистской электродинамики (1905-1911 гг.). В настоящее время, чтобы вывести электродинамику из состояния застоя, надо широко и открыто говорить об этом.

Действительно, анализируя уравнения классической электродинамики, мы увидим, что [47,48]:

- 1) Инерциальных систем отсчета в природе не существует и уравнения электродинамики инвариантны относительно преобразований Лоренца лишь приближенно.
- 2) В релятивистском множителе в преобразованиях Лоренца стоит скорость ускоренного движущегося заряда, которая «почти постоянна».
- 3) В общем случае заряд не инвариантен относительно преобразований Лоренца, поскольку плотность заряда преобразуется более сложным образом из-за того, что скорость заряда не постоянна.
- 4) В электродинамике существуют *торсионные поля (поля инерции)*, поскольку при учете излучения заряда в ее уравнения движения входит третья производная координаты по времени, связанная с кручением [1].

2.1 Отсутствие релятивистской инвариантности уравнений движения (1)

При движении вдоль оси инерциальной систем отсчета S' относительно такой же системы S , координаты и электромагнитные поля преобразуются известным образом

$$x' = (x - vt)\beta, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \left(t - \frac{xv}{c^2}\right)\beta \quad \beta = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
E'_x &= E_x, & E'_y &= (E_y - \frac{v}{c}H_z)\beta, & E'_z &= (E_z + \frac{v}{c}H_y)\beta, \\
H'_x &= H_x, & H'_y &= (H_y + \frac{v}{c}E_z)\beta, & H'_z &= (H_z - \frac{v}{c}E_y)\beta
\end{aligned} \tag{12}$$

А. Пуанкаре, Г. Лоренц и А. Эйнштейн *доказывают* инвариантность уравнений движения (1) относительно преобразований (11) и (12) при дополнительных предположениях [50, 51]:

- 1) заряд «мгновенно покоится» в инерциальной системе отсчета, т.е.

$$v_x = dx/dt \approx v \approx const, \quad \beta = 1/\sqrt{1-v^2/c^2} \approx const; \tag{12a}$$

- 2) ускорение заряда мало, т.е.

$$\dot{v}_x = dv_x/dt, \approx 0. \tag{12b}$$

Первое из этих условий связывает заряд с инерциальной системой отсчета, делая ее ускоренной в присутствии внешних полей. Поэтому в преобразованиях (11) и (12) скорость v становится скоростью заряда. Второе условие требует, чтобы заряд и система отсчета, связанная с ним, имели малое ускорение. При этих условия релятивистский множитель $\beta \approx const$ и А. Эйнштейн спокойно вводит его под знак дифференциала [51].

Экспериментально установленные 3D уравнения движение заряда во внешних электромагнитных полях (без учета излучения) в системе S имеют вид [48]

$$\mu \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}]. \tag{12c}$$

А. Эйнштейн начинает с того, что в системе отсчёта S заряд e с массой покоя μ мгновенно покоится (т.е. $\vec{v} \approx \vec{0}$) и, следовательно, движется в системе S согласно уравнениям

$$\mu \frac{dv_x}{dt} = eE_x, \quad \mu \frac{dv_y}{dt} = eE_y, \quad \mu \frac{dv_z}{dt} = eE_z. \tag{13}$$

Далее А. Эйнштейн полагает, что в системе S' , которая движется со скоростью $v \approx const$ вдоль оси x , уравнения (13) не меняют своего вида (инвариантны) при преобразованиях координат (11) и полей (12)

$$\mu' \frac{dv'_x}{dt'} = e'E'_x, \quad \mu' \frac{dv'_y}{dt'} = e'E'_y, \quad \mu' \frac{dv'_z}{dt'} = e'E'_z. \tag{14}$$

Записав эти уравнения, А. Эйнштейн сразу предполагает:

- 1) инвариантность заряда

$$e' = e = inv \tag{15}$$

- 2) и инвариантность массы покоя

$$\mu' = \mu = inv. \tag{16}$$

Подставляя в (13), штрихованные значения для координат (11) и полей (12), получим, с учетом (12a) и (12b),

$$\begin{aligned}\mu\beta^3 \frac{d^2x}{dt^2} &= \mu \frac{d}{dt}(v_x\beta) = eE_x, \\ \mu\beta \frac{d^2y}{dt^2} &= \mu \frac{d}{dt}(v_y\beta) = e\left(E_y - \frac{v}{c}H_z\right), \\ \mu\beta \frac{d^2z}{dt^2} &= \mu \frac{d}{dt}(v_z\beta) = e\left(E_z + \frac{v}{c}H_y\right).\end{aligned}\quad (17)$$

Поскольку $v \cong v_x$ и $v_y = v_z = 0$, то мы можем переписать уравнения (17) в виде

$$\begin{aligned}\mu \frac{d}{dt}(v_x\beta) &= e\left(E_x + \frac{v_y}{c}H_z - \frac{v_x}{c}H_y\right), \\ \mu \frac{d}{dt}(v_y\beta) &= e\left(E_y + \frac{v_z}{c}H_x - \frac{v_x}{c}H_z\right), \\ \mu \frac{d}{dt}(v_z\beta) &= e\left(E_z + \frac{v_x}{c}H_y - \frac{v_y}{c}H_x\right)\end{aligned}\quad (18)$$

или, поле умножения на βc^{-1} , как

$$\begin{aligned}\mu \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(v_x\beta) &= \frac{e}{c^2}(E_x c\beta + v_y\beta H_z - v_x\beta H_y), \\ \mu \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(v_y\beta) &= \frac{e}{c^2}(E_y c\beta + v_z\beta H_x - v_x\beta H_z), \\ \mu \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(v_z\beta) &= \frac{e}{c^2}(E_z c\beta + v_x\beta H_y - v_y\beta H_x).\end{aligned}\quad (19)$$

Далее Г. Минковский вводит псевдоевклидово пространство с интервалом

$$ds_0 = \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = cdt \sqrt{\left(1 - \left\{\left(\frac{dx}{cdt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{cdt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{cdt}\right)^2\right\}\right)} = \beta^{-1} cdt \quad (20)$$

и записывает уравнения (19) как

$$\mu \frac{d}{ds_0}(u^\alpha) = \frac{e}{c^2} F^{i\alpha} u_i, \quad \alpha = 1, 2, 3, \quad i = 0, 1, 2, 3, \quad (21)$$

где матрица $F^{i\alpha}$ определяется из матрицы (3), а

$$u^i = (u^0, u^\alpha) = (c\beta, v^\alpha \beta) = \left(\frac{c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \frac{v^\alpha}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right), \quad u^i u_i = c^2 \quad (22)$$

- 4D (ко)вектор скорости. Соответственно, для 4D импульса имеем

$$p^i = \mu u^i = (p^0, p^\alpha) = \left(\frac{\mu c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \frac{\mu v^\alpha}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right), \quad p^i p_i = \mu^2 c^2. \quad (22a)$$

Добавляя к уравнениям (21) четвертое уравнение

$$\mu \frac{d}{ds_0}(u^0) = \frac{e}{c^2} F^{i0} u_i, \quad (23)$$

получим 4D уравнения движения (1), при этом условия 1) и 2) остаются в силе.

Более точно условие 2) малости ускорения заряда, (например, электрона) можно получить из 4D уравнений движения (1), приведенных к безразмерному виду, путем умножения их на классический радиус электрона $r_{кл} = e^2 / \mu c^2$

$$r_{кл} \frac{d^2 x^i}{ds_0^2} = \frac{e^2}{\mu c^2} \frac{d^2 x^i}{ds_0^2} = \frac{e^3}{\mu^2 c^4} F^{ik} \frac{dx_k}{ds_0}. \quad (24)$$

Полагая безразмерное 4D ускорение в уравнениях (24) малым, получим

$$\left| \frac{e^3}{\mu^2 c^4} F^{ik} \frac{dx_k}{ds_0} \right| \ll 1.$$

В структурном виде это неравенство запишется как

$$\left| \frac{e^3}{\mu^2 c^4} \frac{F}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right| \ll 1. \quad (25)$$

При нерелятивистских скоростях $v^2/c^2 \ll 1$ мы получаем из (25) неравенство

$$E, H \ll \frac{\mu^2 c^4}{e^2} \approx 10^{16} \text{ ед. СИСЭ}. \quad (26)$$

Важно отметить, что условие (25) нарушается даже в слабом электромагнитном поле, если частица движется во внешнем поле с ультрарелятивистскими скоростями, когда $v^2/c^2 \approx 1$.

Неравенство (25) приводит нас к следующим выводам:

а) нерелятивистские уравнения классической электродинамики не применимы в сильных полях E и H , в которых неравенство (26) нарушается;

б) релятивистские уравнения классической электродинамики не применимы в слабых полях E и H , когда скорости частиц становятся ультрарелятивистскими.

Сделанные нами выводы оказываются справедливыми как для классической, так и для квантовой электродинамики. Вот что говорит П. Дирак о границах применимости квантовой электродинамики:

«Существующая квантовая теория (квантовая электродинамика (прим. автора)) хороша до тех пор, пока мы не пытаемся распространить ее слишком далеко, а именно когда мы не пытаемся применить ее к частицам высоких энергий, а также в области малых расстояний» [42].

Поля E и H , не удовлетворяющие неравенству (26), появляются на ядерных расстояниях, т.е. на расстояниях $r \leq 10^{-12}$ см., как и замечает П.Дирак. Но даже когда поля слабые, т.е. $E, H \ll \mu^2 c^4 / e^2 \approx 10^{16}$ ед. СГСЕ (например, на расстоянии первой борновской орбиты поля E и H порядка 10^8 ед. СГСЕ) при ультрарелятивистских скоростях работает неравенство (25) и мы уже не можем использовать уравнения (1).

Вывод № 3: *Четырехмерная запись уравнений движения (1) не гарантирует их релятивистской инвариантности. Из соотношений (22) и (23) следует формула для энергии частицы*

$$E = p^0 c = \mu u^0 c = \mu \frac{c}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} c = \mu \frac{c^2}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}, \quad (27)$$

которая совершенно отчетливо видно, что от скорости частицы зависит не масса [64], а четвертая компонента 4D скорости (22), а масса покоя μ , согласно (16), является инвариантом.

2.2 Инвариантность заряда (15) как дополнительный постулат

Для доказательства инвариантности уравнений Максвелла А. Эйнштейн [51], Г. Лоренц и А. Пуанкаре [50] записывают уравнения в системе отсчета S

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0, \quad (28)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi\rho, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + 4\pi\rho \vec{v} \right) \quad (29)$$

и предполагают, что в системе отсчета S' их вид не меняется

$$\operatorname{div}' \vec{H}' = 0, \quad \operatorname{rot}' \vec{E}' + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}'}{\partial t'} = 0, \quad (30)$$

$$\operatorname{div}' \vec{E}' = 4\pi\rho', \quad \operatorname{rot}' \vec{H}' = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \vec{E}'}{\partial t'} + 4\pi\rho' \vec{v}' \right), \quad (31)$$

при этом штрихованные координаты и поля связаны с не штрихованными преобразованиями (11) и (12). Заметим, что в уравнениях (29) 3D скорость заряда e относительно системы отсчета S определяется как $\vec{v} = d\vec{x} / dt$. Тогда, используя преобразования (11), находим

$$\frac{dx'_x}{dt'} = v'_x = \frac{v_x - v}{1 - v_x v / c^2}, \quad \frac{dy'_x}{dt'} = v'_y = \frac{v_y}{\beta(1 - v_x v / c^2)}, \quad \frac{dz'_z}{dt'} = v'_z = \frac{v_z}{\beta(1 - v_x v / c^2)}, \quad (32)$$

где $v'_x = dx' / dt'$ – 3D скорость заряда относительно системы S' .

Плотность заряда ρ преобразуется в соответствии с формулой [50,51]

$$\rho' = \rho \left(1 - \frac{v_x v}{c^2} \right) \beta . \quad (32a)$$

Заряд в системе отсчета S' определяется из соотношения

$$e' = \int \rho' dV' = const, \quad dV' = dx' dy' dz' = \beta dx dy dz . \quad (33)$$

Для точечной модели заряда (а другой у нас пока нет) с плотностью $\rho = e \delta(\vec{r})$ имеем

$$e' = \int \rho \left(1 - \frac{v_x v}{c^2} \right) \beta^2 dx dy dz = e \beta^2 \left(1 - \frac{v_x v}{c^2} \right) . \quad (34)$$

Из этой формулы видно, что, в общем случае, заряд зависит от скорости частицы. Из этой же формулы следует, что инвариантность заряда

$$e' = e = inv \quad (35)$$

имеет место при выполнении равенства

$$\beta^2 \left(1 - \frac{v_x v}{c^2} \right) = 1 . \quad (35a)$$

Очевидно, что это равенство выполняется, если

$$v_x = v = const . \quad (36)$$

Итак, условие инвариантности точечного заряда относительно преобразований Лоренца (11) и (12) выполняется если:

- 1) заряд e покоится в системе отсчета S' ;
- 2) заряд e движется прямолинейно и равномерно (или покоится) относительно инерциальных систем отсчета.

Поскольку инерциальных систем отсчета в природе не существует, то вместо точных равенств (35)-(36) мы имеем равенства (12a), (12b) и

$$e' \approx e \approx inv . \quad (37)$$

Условие (35) можно рассматривать как *третий постулат* специальной теории относительности, который до сих пор используется скрытым образом.

Из формулы (32) следует, что при условии (12a) плотность ρ преобразуется по закону

$$\rho = \rho' \beta . \quad (38)$$

Вывод № 4: *Инвариантность заряда в уравнениях (1) и (2) является третьим (скрытым) постулатом специальной теории относительности.*

2.3 4D запись уравнений Максвелла не обеспечивает их релятивистскую инвариантность

Уравнения Максвелла классической электродинамики (28) и (29) получены непосредственно из эксперимента. Опуская, для простоты, штрихи, запишем первую пару преобразованных уравнений Максвелла (30) покомпонентно

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t}, \quad \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad (39)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0. \quad (40)$$

Инвариантность этих уравнений относительно преобразований Лоренца (11) и (12) была показана впервые Дж. Лармором [49]. Введем 4D производную $\partial/\partial x^i$ с компонентами

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (41)$$

и, используя тензор (3), легко записать 3D уравнения (39), (40) в виде четырехмерных уравнений (2а). Поскольку (39) и (40) инвариантны относительно преобразований (11) и (12), то и 4D уравнения (2а) инвариантны относительно этих преобразований.

Расписывая покомпонентно вторую пару уравнений Максвелла (29), в которые входят источники поля, имеем

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial H_z}{\partial y} + \frac{\partial H_y}{\partial z} = -\frac{4\pi}{c} \rho v_x, \quad \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} - \frac{\partial H_x}{\partial z} + \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\frac{4\pi}{c} \rho v_y, \quad (42)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{\partial H_y}{\partial x} + \frac{\partial H_x}{\partial y} = -\frac{4\pi}{c} \rho v_z, \quad \frac{1}{c} \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) = \frac{4\pi}{c} \rho. \quad (43)$$

Используя обозначения (3) и (41), можно представить первые три уравнения (43) как

$$\frac{\partial F^{\alpha k}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^\alpha, \quad \alpha = 1, 2, 3, \quad k = 0, 1, 2, 3, \quad (44)$$

а четвертое уравнение в виде

$$\frac{\partial F^{0k}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^0, \quad (45)$$

где

$$j^i = (\rho c, \rho v^\alpha) = \rho \frac{dx^i}{dt}, \quad \alpha = 1, 2, 3, \quad k = 0, 1, 2, 3. \quad (46)$$

Объединяя уравнения (44) и (45), получим 4D запись уравнений Максвелла с источниками в виде (2). Такой же вектор тока (46) следует из штрихованных уравнений (31). Действительно, при условиях (35), (36), компоненты штрихованного вектора тока имеют вид

$$j^i = (\rho' u^0, \rho' u^\alpha) = (\rho \beta^{-1} c \beta, \rho \beta^{-1} v^\alpha \beta) = (\rho c, \rho v^\alpha) = \rho \frac{dx^i}{dt}. \quad (47)$$

Здесь мы использовали соотношения (22) и (38), которые справедливы при условиях (35) и (36).

В настоящее время в университетах «доказательством» инвариантности уравнений (2) относительно преобразований Лоренца (11) и (12) являются следующие рассуждения. Тензор электромагнитного поля (3) ведет себя как истинный тензор относительно преобразований Лоренца, что абсолютно верно. Координатный вектор $x^i = (ct, x^1, x^2, x^3)$ и его дифференциал dx^i ведут себя при преобразованиях Лоренца тоже как истинные вектора, поэтому в левой части уравнений (2) стоит истинный вектор (по индексу k идет свертка). Далее, утверждается, что в правой части (2) тоже стоит истинный вектор плотности тока (47), поэтому уравнения (2) - *релятивистски инвариантные уравнения*. Стоп! Здесь мы должны уточнить, о какой плотности тока идет речь, а именно, в соотношении (47) стоит плотность заряда (38), а не плотность (32а), которая была получена А. Эйнштейном и которая, без ограничений (35) и (36), приводит к зависимости заряда от скорости его движения.

Согласно учебнику [46] (стр. 100): «Заряд частицы есть, по самому своему определению, величина инвариантная, т.е. не зависящая от выбора системы отсчета». Как было показано выше, это утверждение, в общем случае, ошибочно и должно быть принято научным сообществом как *третий постулат специальной теории относительности*, поскольку в соотношении (47) плотность может быть выбрана в виде (38) только при условиях (35) и (36). Следовательно, 4D запись уравнений Максвелла (2) релятивистски инвариантна относительно преобразований Лоренца при равномерном и прямолинейном движении источников поля, в соответствии с условиями (35) и (36). Именно при этих условиях работают принципы специальной теории относительности в электродинамике, как классической, так и квантовой. Более того, замечание П. Дирака по поводу ограниченности уравнений Максвелла при ускоренном движении источников, приведенные выше, предлагается дополнить утверждением, что в этом случае, нарушаются основные принципы специальной теории относительности, сформулированные А. Эйнштейном в работе [51].

В работе [45] В. Паули писал, что «уравнения Максвелла строго справедливы только для равномерно движущихся тел и степень их точности, вообще говоря, тем больше, чем меньше ускорение материи». Это очень точное замечание В. Паули было опубликовано почти 90 лет назад и, конечно, хорошо известно теоретикам. Удивительно только то, что до сих пор этот важный для будущего развития электродинамики вывод в современных учебниках по электродинамике замалчивается. Такое положение дел не может продолжаться до бесконечности, иначе мы будем и дальше вводить в заблуждение молодые поколения физиков.

Вывод № 5: *Уравнения Максвелла инвариантны относительно преобразований Лоренца (11) и (12) при условии, что заряды, создающие электромагнитные поля движутся прямолинейно и равномерно. Если же заряды движутся ускоренно, то инвариантность уравнений Максвелла относительно преобразований Лоренца имеет место лишь приближенно. Должны существовать уравнения электродинамики, которые инвариантны при больших ускорениях, а при малых ускорениях зарядов переходить в модернизированные уравнения Максвелла.*

3. Экспериментально обнаруженные отклонения от уравнений классической электродинамики

Проведенный анализ позволяет предсказать, когда нам следует ожидать отклонений от уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца, а именно:

- 1) при нерелятивистских скоростях зарядов, движущихся в сильных электромагнитных полях

$$E, H \geq \frac{\mu^2 c^4}{e^2} \approx 10^{16} \text{ ед. СГСЕ} ; \quad (48)$$

- 2) в слабых полях $E, H \ll 10^{16} \text{ ед. СГСЕ}$, но при релятивистских скоростях движения зарядов;
- 3) когда нарушается закон сохранения заряда (или системы зарядов)

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \int \rho dV = \int \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{j} \right) dV \neq 0 . \quad (49)$$

3.1 Отклонение от закона Кулона в сильных электромагнитных полях (48)

Экспериментальное отклонение от закона Кулона впервые было обнаружено Э. Резерфордом [52], при исследовании упругого рассеяния α -частиц на ядрах золота (рис.1).

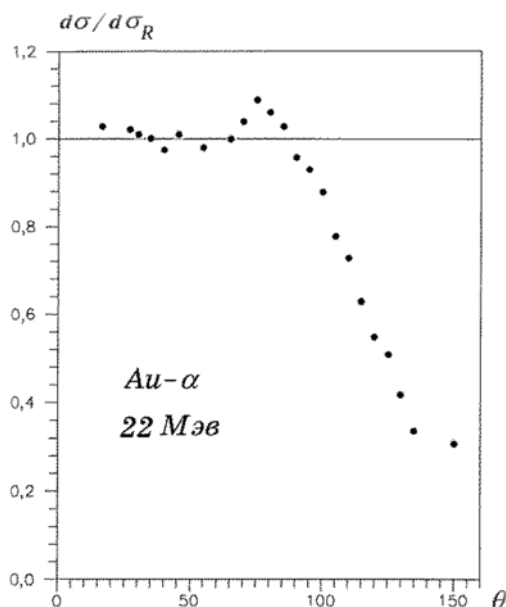


Рис.1. График упругого рассеяния α -частиц с энергией 22 МэВ на ядрах золота

На рис.1 представлен график отношения дифференциального сечения $d\sigma$, найденного из эксперимента, к сечению рассеяния Резерфорда $d\sigma_R$ в зависимости от угла рассеяния

θ . Из графика видно, что при малых углах рассеяния θ , когда взаимодействие проходит в области слабого поля $E, \ll 10^{16} \text{ ед. СИСЕ}$ (т.е. на расстоянии $r \gg 10^{-12} \div 10^{-13}$ см. от центра ядра), рассеяние происходит в соответствии с законом Кулона. Отклонение от закона Кулона наблюдается в области действия сильных полей (48), т.е. на расстоянии $r \approx 10^{-12} \div 10^{-13}$ см., как раз там, где уравнения электродинамики Максвелла перестают работать.

К сожалению, теоретики не озаботились поиском уравнений электродинамики сильных полей, а пошли по легкому пути, «руками» добавив к фундаментальному потенциалу Кулона феноменологический короткодействующий потенциал (в литературе их существует несколько) вида

$$V(r) = -V_0 \frac{\exp(r/R)}{1 - \exp(r/R)}, \quad (50)$$

где V_0 и R - произвольные константы, описывающие феноменологические «ядерные силы». В результате, вот уже почти 100 лет мы пользуемся «подгонкой» экспериментальных кривых к теоретическим, полученным с использованием подгоночных потенциалов типа (50), варьируя параметры V_0 и R . Но это уже не фундаментальная, а подгоночная физика, которая, по понятным причинам, носит временный характер.

Вывод № 6: *В сильных электромагнитных полях (48) наблюдается отклонения от кулоновского взаимодействия.*

3.2 Отклонение от закона Кулона при релятивистских скоростях

Экспериментальное отклонение от закона Кулона в слабых полях $E, H \ll 10^{16} \text{ ед. СИСЕ}$, но при релятивистских скоростях впервые было обнаружено Е. Кинзингером [53] и, затем, более подробно исследовано Р. Хофстадтером [54] при упругом рассеянии электронов на ядрах различных элементов (рис.2). Из экспериментальных данных видно, что для малых углов рассеяния от 0° до 60° , когда релятивистский электрон проходит в слабом поле протона, взаимодействие частиц описывается законом Кулона. При рассеянии на углы от 60° до 150° наблюдается отклонение от кулоновского взаимодействия, которое, как и в случае рассеяния α -частиц на ядрах теоретики объясняют существованием у протона и ядер феноменологических электромагнитных формфакторов. Эти формфакторы (которых в научной литературе существует несколько) не следуют из каких-либо уравнений фундаментальной физики, а, так же как «ядерные» потенциалы вводятся «руками». Например, феноменологический формфактор Вудса-Саксона [55]

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp((r - R)/a)} \quad (51)$$

содержит подгоночные параметры ρ_0 , a и R .

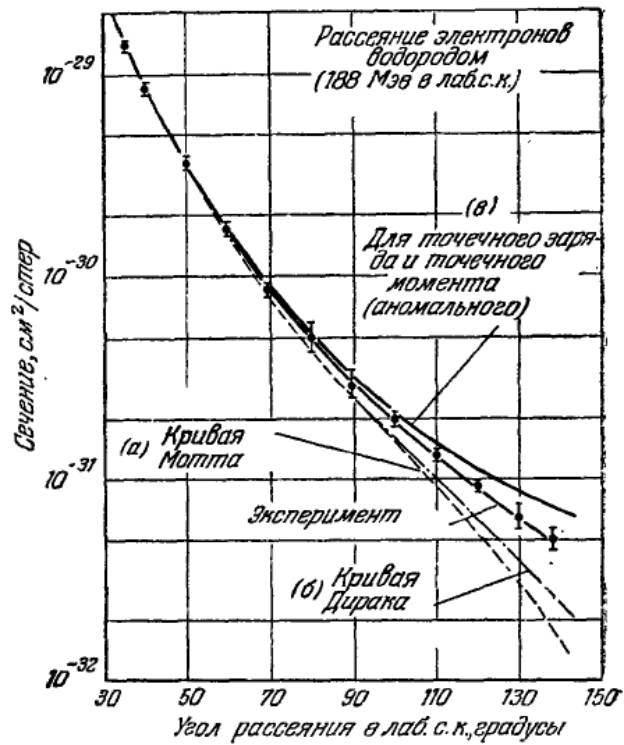


Рис.2 . Отклонение от закона Кулона при упругом рассеянии электронов на точечном протоне с учетом спина и аномального магнитного момента протона

Вывод № 7: Обнаруженные в экспериментах по рассеянию заряженных частиц отклонения от закона Кулона в сильных электромагнитных полях и релятивистских скоростях, скорее всего, являются следствиями электродинамики, обобщающей электродинамику Максвелла-Лоренца. Существующие подходы для описания наблюдаемых аномальных эффектов, такие как «ядерные» силы и электромагнитные формфакторы являются временным выходом из положения и всего лишь имитируют следствия уравнений более общей фундаментальной теории.

3.3 Эксперименты Тесла, в которых локально нарушается закон сохранения системы зарядов

За несколько лет до создания специальной теории относительности и 4D записи уравнений Максвелла-Лоренца гениальный сербский исследователь Никола Тесла проводил экс

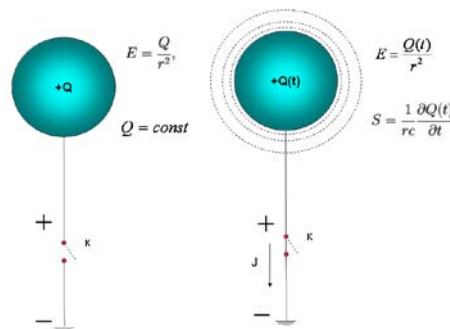


Рис.3. Разряд сферы на Землю

перименты со сферическим конденсатором. Когда вторая обкладка сферического конденсатора унесена на бесконечность, он становится заряженной сферой [57]. На рис. 3 представлена принципиальная схема установки Николы Тесла, в которой полный заряд сферы $Q = Ze$, $Z = 1, 2, 3, \dots, n$ меняется во время разряда сферы на Землю в некоторой области вокруг сферы. В результате, кроме переменного кулоновского поля $E = Q(t)/r^2$, вокруг сферы возникает скалярное поле $S = \partial Q(t)/\partial t rc$, при этом заряд сферы удовлетворяет соотношению (49). В экспериментах по беспроводной передаче электроэнергии Н. Тесла использовал многократную перезарядку сферы, подключив ее к генератору переменного тока. На рис.4 показана схема по беспроводной передаче электроэнергии с использованием трансформатора Тесла [57], вторичная обмотка которого подключена к сфере радиуса R .

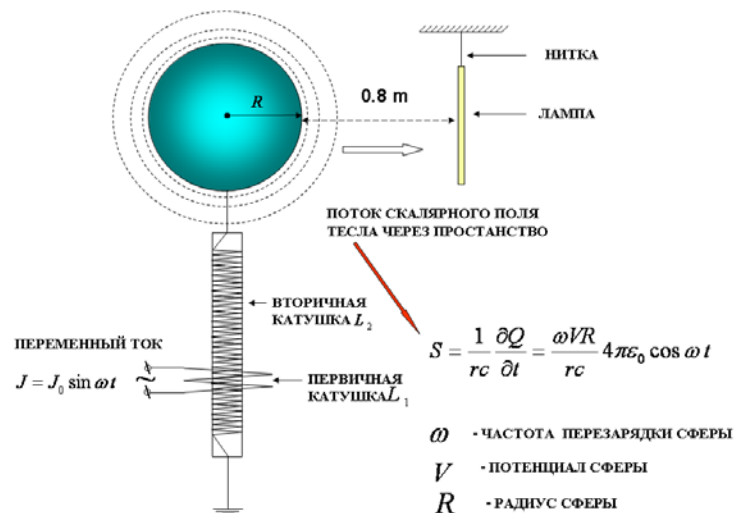


Рис.4. Беспроводная передача электроэнергии с помощью переменного скалярного поля S

В скалярном поле S уравнение Лоренца (12с) принимает вид [58]

$$\mu \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c} \{ [\vec{v}\vec{H}] + S\vec{v} \}, \quad (52)$$

где поле S определяется как

$$S = \frac{1}{rc} \frac{\partial Q(t)}{\partial t}. \quad (53)$$

из (52) следует, что скалярное поле S имеет размерность магнитного поля. Поскольку в электродинамике Максвелла-Лоренца выполняется закон сохранения заряда (системы зарядов), то в ее уравнения скалярное поле (53) не входит. Поэтому в течение 100 лет экс-

перименты Н. Тесла выпали из поля зрения теоретиков и такое положение дел происходит и до сих пор.

Вывод № 8: В нерелятивистской электродинамике наблюдаются эксперименты, впервые проведенные Н. Тесла, которые теоретиками игнорируются до сих пор. Электродинамика Максвелла-Лоренца требует обобщения уравнений на случай переменного заряда или системы зарядов, что особенно важно для теории элементарных частиц, где системы с переменным числом частиц играют важную роль.

4. Поля и силы инерции в электродинамике

Мы уже отметили, что уравнения электродинамики записаны относительно несуществующих в природе инерциальных систем отсчета. Из этого факта, как показано в работе [1], любая физическая теория, включая электродинамику, с самого начала должна быть сформулирована в ускоренных системах отсчета. Как известно, в ускоренных системах отсчета появляются поля и силы инерции и их роль в электродинамике до сих пор не выяснена. Об этом лишь кратко обмолвился в своей книге [59] Абрахам Пайс, который отмечает:

«Кроме того, по моему мнению, проблема происхождения инерции была и остается наиболее темным вопросом в теории элементарных частиц и полей».

В трехмерном случае с заряженной частицей удобно связать триаду Френе (3D произвольно ускоренную систему отсчета), имеющую 6 степеней свободы: 3 поступательных и 3 вращательных. В ускоренной (квази)инерциальной системе отсчета в электродинамике этим 6ти степеням свободы соответствуют 3 поступательных уравнений движения

$$\mu \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}], \quad (54)$$

которые описывают движение начала O ускоренной системы отсчета, и 3 вращательных уравнения

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = g \frac{e}{2\mu c} [\vec{s}\vec{H}] = -g[\vec{\omega}_L\vec{s}], \quad \vec{\omega}_L = \frac{e}{2\mu c}\vec{H}, \quad g = 1, 2, \quad (55)$$

описывающих движение вектора спина \vec{s} (собственного углового момента вращения) во внешнем магнитном поле \vec{H} . Здесь $g = 1, 2$ - фактор Ланде и $\vec{\omega}_L$ - частота Лармора.

4.1 Орбитальная прецессия электрона во внешнем поле \vec{H} и силы инерции

Проще всего выяснить роль сил инерции в электродинамике можно на примере образования стационарных орбит в атомных системах. Пусть электрон движется в электростатическом поле ядра, на которое наложено внешнее магнитное поле \vec{H} . Записывая уравнения (54) в ускоренной системе, связанной с электроном, движущимся по стационарной атомной орбите, имеем

$$\mu \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}] - \mu\vec{W} - 2\mu[\vec{\omega}\vec{v}], \quad (56)$$

где последние два члена в правой части (56) представляют собой *силы инерции*. При движении электрона по стационарной траектории электромагнитные силы локально уравниваются силами инерции

$$e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}] - \mu\vec{W} - 2\mu[\vec{\omega}\vec{v}] = 0, \quad (57)$$

откуда следуют два соотношения

$$e\vec{E} - \mu\vec{W} = 0, \quad (58)$$

$$\frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}] - 2\mu[\vec{\omega}\vec{v}] = 0. \quad (59)$$

В соотношении (59) сила Кулона $e\vec{E}$ локально компенсируется силой инерции $-\mu\vec{W}$. Подобную ситуацию мы имеем в теории гравитации Эйнштейна, когда локально внутри свободно падающего лифта Эйнштейна сила Ньютона $\mu\vec{g}$ локально компенсируется силой инерции $-\mu\vec{W}$, образуя состояние невесомости. Из соотношения (59) видно, что на стационарной орбите сила Лоренца $e[\vec{v}\vec{H}]/c$ компенсируется кориолисовой силой инерции $-2\mu[\vec{\omega}\vec{v}]$, при этом орбитальный момент электрона прецессирует вокруг поля \vec{H} с угловой скоростью прецессии $\vec{\omega}$. Так как ось прецессии совпадет с направлением поля \vec{H} , то (59) можно расписать в виде

$$\frac{|e|}{c}vH \sin(\vec{v}\vec{H}) = -2\mu v\omega \sin(\vec{v}\vec{\omega}), \quad (60)$$

откуда следует частота Лармора

$$\vec{\omega}_L = -\frac{|e|}{2\mu c} \vec{H}. \quad (61)$$

Модуль $||$ в (60) был взят ввиду того, что заряда электрона отрицательный. Частота (61) представляет собой частоту орбитальную прецессии электрона, при этом уравнения (55) для вектора спина принимают вид

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{e}{2\mu c} [\vec{s}\vec{H}] = -[\vec{\omega}_L\vec{s}], \quad \vec{\omega}_L = -\frac{|e|}{2\mu c} \vec{H}. \quad (62)$$

В нашем случае во вращательных уравнениях (55) $g = 1$ и они описывают прецессию орбитального электрона.

4.2 Собственная прецессия спина электрона в поле \vec{H}

Для того, чтобы определить собственную прецессию электрона, надо перейти в уравнениях (62) в систему отсчета, жестко связанную с вращающимся электроном [1]

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d\vec{s}}{dt} + [\vec{\omega}_L \vec{s}] = -[\vec{\omega}_L \vec{s}], \quad (63)$$

или

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = -2[\vec{\omega}_L \vec{s}]. \quad (64)$$

Отсюда видно, что уравнения (55) объединяют уравнения (62) и (64), записанные в разных системах отсчета.

Вывод № 9: Силы инерции в электродинамике связаны с квантовой механикой и играют определяющую роль в образовании стационарных состояний при ускоренном движении заряженных частиц во внешних электромагнитных полях.

5. Принципиальное обобщение электродинамики 1. Общерелятивистская нелинейная электродинамика с тензорным потенциалом

Трудности электродинамики, связанные с отсутствием в природе инерциальных систем отсчета, заставляют нас искать уравнения электродинамики, сформулированные в ускоренных системах отсчета. Первый шаг в этом направлении легче всего сделать, используя аналогию между уравнениями движения (12с) и нерелятивистскими уравнениями движения пробной массы μ

$$\mu \frac{d^2 x^i}{ds^2} = -\mu \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} \quad (65)$$

теории гравитации Эйнштейна. Действительно, в слабых гравитационных полях тензорный потенциал гравитационного поля g_{ik} можно представить в виде суммы

$$g_{ik} = \eta_{ik} + \gamma_{ik}, \quad (66)$$

где $\eta_{ik} = \eta^{ik} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ и

$$|\gamma_{ik}| \ll 1. \quad (67)$$

В работе [60] показано, что при условиях (67),(68) из 10 компонент тензорного потенциала гравитационного поля g_{ik} в уравнениях (65) остается всего 4 компоненты $g_{00}, g_{10}, g_{20}, g_{30}$, образующие 4D векторный потенциал гравитационного поля $g^i = (\gamma^{00}, \gamma^{10}, \gamma^{20}, \gamma^{30})$, а сами уравнения (65) принимают вид гравитационной силы Лоренца

$$\mu \frac{d\vec{v}}{dt} = \mu \vec{G} + \frac{\mu}{c} [\vec{v} \vec{H}_g] . \quad (68)$$

Здесь гравитационные аналоги \vec{G} и \vec{H}_g электромагнитных полей

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} , \quad \vec{H} = \text{rot } \vec{A} \quad (69)$$

определяются А. Эйнштейном как [60]

$$\vec{G} = -\frac{1}{2} \text{grad } \gamma_{00} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{g}}{\partial t} , \quad \vec{H}_g = \text{rot } \vec{g} . \quad (70)$$

Работа [60] была написана в 1913 году, а решение Шварцшильда

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\varphi_N}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{2\varphi_N}{c^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (71)$$

вакуумных уравнений Эйнштейна

$$R_{ik} = 0 \quad (72)$$

было найдено в 1916 [61]. Если подставить $\gamma_{00} = 2\varphi_N / c^2$, где $\varphi_N = -MG/r$ - потенциал Ньютона, из метрики (71), то множитель $1/2$ в первом члене (70) сокращается и мы имеем полную формальную аналогию между соотношениями (69) и (70). Неформальное отличие состоит в том, что в теории гравитации Эйнштейна существует только притяжение, а в электродинамике, как притяжение, так и отталкивание.

5.1 Тензорный потенциал и геометризация электродинамики Максвелла-Лоренца. Уравнения движения.

Будем полагать, что электродинамика Максвелла-Лоренца представляет собой нерелятивистский предел более общей электродинамики. Подобная электродинамика была предложена автором в 1972 г. [47]. Ее основные положения таковы:

1. Пространство событий электродинамики представляет собой точечное многообразие со структурой параметрического риманова пространства, на котором задана трансляционная риманова метрика

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k , \quad i, k, \dots = 0, 1, 2, 3 \quad (73)$$

с метрическим тензором

$$g_{ik}(x^i, k) = \eta_{ik} + ka_{ik} , \quad (74)$$

зависящим от координат x^i и от удельного заряда пробной частицы $k = e / \mu$.

2. Потенциал электродинамики сильных полей представляет собой симметричный тензор

$$a_{ik} = a_{ki}. \quad (75)$$

3. Заряженная пробная частица с массой μ и зарядом e движется согласно уравнениям

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} = -\Gamma^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = \frac{e}{\mu c^2} E^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds}, \quad (76)$$

параметрического риманова пространства с метрическим тензором (74).

4. Напряженность сильного электромагнитного поля, определяемая как

$$E^i{}_{jk} = -\frac{c^2}{2} g^{im} (a_{jm,k} + a_{km,j} - a_{jk,m}) \quad (77)$$

имеет не тензорный закон преобразования

$$E^{i'j'k'} = \frac{\partial^2 x^i}{\partial x^{j'} \partial x^{k'}} \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i} + \frac{\partial x^j}{\partial x^{j'}} \frac{\partial x^k}{\partial x^{k'}} \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i} E^i{}_{jk} \quad (78)$$

относительно координатных преобразований.

Уравнения (76) могут быть получены путем вариации интеграла действия

$$S = -\mu c \int ds = \mu c \int (g_{ik} dx^i dx^k)^{1/2} = -\mu c \int \left(g_{ik} \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^k}{dt} \right)^{1/2} dt = \int L dt, \quad (79)$$

где L – геометризованная функция Лагранжа. Умножая уравнения (76) на характерный параметр электродинамики $r_{кл} = e^2 / \mu c^2$ – классический радиус электрона, находим условие слабости поля в виде

$$\left| \frac{e^3}{\mu^2 c^4} E^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} \right| \ll 1. \quad (80)$$

В случае слабых электромагнитных полей действие (79) можно представить как

$$S = -\mu c \int ds = \mu c \int (g_{ik} dx^i dx^k)^{1/2} = -\mu c \int \left(1 + ka_{ik} \frac{dx^i}{ds_0} \frac{dx^k}{ds_0} \right)^{1/2} ds_0, \quad (81)$$

где

$$ds_0 = (\eta_{ik} dx^i dx^k)^{1/2}, \quad \eta_{ik} = \eta^{ik} = \text{diag}(1-1-1-1) \quad (82)$$

- метрика псевдоевклидова (пустого) пространства. Электромагнитное поле, искривляющее пространство, считается слабым, если в (81) выполняется условие

$$\left| k a_{ik} \frac{dx^i}{ds_0} \frac{dx^k}{ds_0} \right| \ll 1. \quad (83)$$

В слабых электромагнитных полях условия (80) и (83) дают приблизительно одинаковые результаты.

5.2 Приближение векторного потенциала

Распишем второй член в скобках в соотношении (81) в виде

$$\frac{e}{\mu} \left\{ a_{00} \left(\frac{dx^0}{ds_0} \right)^2 + 2a_{\alpha 0} \frac{dx^\alpha}{ds_0} \frac{dx^0}{ds_0} + a_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha}{ds_0} \frac{dx^\beta}{ds_0} \right\}, \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3 \quad (84)$$

и введем обозначения

$$A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00} \frac{dx^0}{ds_0}, \quad A_\alpha = a_{\alpha 0} c^2 \frac{dx^0}{ds_0} + \frac{c^2}{2} a_{\alpha\beta} \frac{dx^\beta}{ds_0}, \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3. \quad (85)$$

В результате соотношение (84) можно записать как

$$\frac{2e}{\mu} \left\{ A_0 \frac{dx^0}{ds_0} + A_\alpha \frac{dx^\alpha}{ds_0} \right\} = \frac{2e}{\mu c^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0}, \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (86)$$

Подставляя (86) в (81), получим интервал пространства в виде

$$ds = \left(1 + \frac{2e}{\mu c^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} \right)^{1/2} ds_0. \quad (87)$$

Теперь для слабых геометризованных электромагнитных полей (83) выглядит как

$$\left| \frac{2e}{\mu c^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} \right| \ll 1, \quad (89)$$

поэтому в (87) мы можем представить скобку в виде ряда

$$\left(1 + \frac{2e}{\mu c^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} \right)^{1/2} = 1 + \frac{e}{\mu c^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} + \dots, \quad (90)$$

Ограничиваясь в (90) первыми двумя членами, запишем (87) как

$$ds = \left(1 + \frac{e}{\mu c^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} \right) ds_0. \quad (91)$$

Решая вариационную задачу для действия

$$S = -\mu c \int ds = -\mu c \int \left(1 + \frac{e}{\mu c^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} \right) ds_0, \quad (92)$$

мы получим уравнения

$$\frac{du^i}{ds_0} = \frac{e}{\mu c^2} F^{ik} u_k, \quad (93)$$

формально подобны уравнениям (1). Однако, не надо забывать, что уравнения (93) имеют геометрическую природу и обращаются в уравнения движения свободной частицы, когда пространство становится плоским. Трехмерная часть уравнений (93) совпадает с уравнениями Лоренца $\mu d\vec{v}/dt = e\vec{E} + e[\vec{v}\vec{H}]/c$, в которых поля \vec{E} и \vec{H} определяются согласно (69), при условии, что компоненты 4D векторного потенциала (85) с определены с точностью до членов первого порядка по v/c , а именно, когда

$$A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00}, \quad A_\alpha = a_{\alpha 0} c^2 \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3. \quad (94)$$

Вывод № 10: В слабых электромагнитных полях и при нерелятивистских скоростях уравнения движения общерелятивистской электродинамики с тензорным потенциалом переходят в уравнения Лоренца, в которых остается только векторный потенциал (94).

5.3 Уравнения поля геометризированной электродинамики

Тензор кривизны параметрического риманова пространства с метрикой (73) и метрическим тензором (74) определяется через сильное электромагнитное поле (77) как [62, 63]

$$R^i{}_{jkm} = -2 \frac{e}{\mu c^2} \partial_{[k} E^i{}_{|j|m]} + 2 \frac{e^2}{\mu^2 c^4} E^i{}_{s[k} E^s{}_{|j|m]}. \quad (95)$$

Свертывая этот тензор по индексам i и k , получим тензор Риччи $R_{jm} = R^i{}_{jim}$. Мы теперь можем получить вакуумные уравнения $R_{ik} = 0$, сферически симметричное решение которых подобно решению Шварцшильда (71)

$$ds^2 = \left(1 + \frac{e}{\mu} \frac{2\varphi_C}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{e}{\mu} \frac{2\varphi_C}{c^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (96)$$

но зависит от кулоновского потенциала $\varphi_C = -Ze/r$, $Z = 1, 2, 3 \dots$ точечного источника статического электромагнитного поля с зарядом $-Ze$. Здесь знак минус выбрал из соображений притяжения между пробным зарядом $+e$ и зарядом источника $-Ze$. Для дальнейших рассуждений удобно представить метрику (96) в (квази)декартовых координатах

$$ds^2 = \left(1 + \frac{e}{\mu} \frac{2\varphi_C}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{e}{\mu} \frac{2\varphi_C}{c^2}\right) (dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (96a)$$

где

$$a_{00} = \frac{2\varphi_C}{c^2}, \quad a_{\alpha 0} = 0, \quad a_{\alpha\beta} = \frac{2\varphi_C}{c^2} \delta_{\alpha\beta}. \quad (96b)$$

В слабых полях вакуумные уравнения общерелятивистской электродинамики представляются как [2, 62]

$$R_{ik} = -\frac{k}{2} \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) a_{ik} = 0. \quad (97)$$

Используя нерелятивистское приближение векторного потенциала (94), несложно показать, что из (97) следуют уравнения для 4D потенциала (94)

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) A_i = 0, \quad (98)$$

которые выполняются вне источников поля.

В качестве уравнений поля с источниками для нелинейной геометризированной электродинамики были предложены уравнения вида [63]

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi k}{c^4} T_{ik}, \quad (99)$$

где тензор Риччи определяется через сильное электромагнитное поле (95) как

$$R_{jm} = -2 \frac{e}{\mu c^2} \partial_{[i} E^i {}_{|j|m]} + 2 \frac{e^2}{\mu^2 c^4} E^i {}_{s[i} E^s {}_{|j|m]}, \quad (100)$$

а тензор энергии-импульса источника поля имеет вид

$$T_{ik} = \rho c^2 u_i u_k, \quad u^i u_i = 1. \quad (101)$$

В соотношении (101) $\rho = Ze\delta(\vec{r})$ – плотность точечного источника и

$$u^i = (u^0, u^\alpha) = (\beta, \beta v^\alpha / c) = \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \frac{v^\alpha}{c\sqrt{1-v^2/c^2}} \right), \quad u^i u_i = 1 \quad (102)$$

- единичный 4D вектор скорости.

Свертывая уравнения (99) с метрическим тензором g^{ik} и учитывая соотношение $g^{ik} g_{ik} = 4$, имеем

$$R = -\frac{8\pi e}{c^4 \mu} T, \quad T = T^i{}_i. \quad (103)$$

Подставляя (103) в (99), запишем эти уравнения в виде

$$R_{ik} = \frac{8\pi e}{c^4 \mu} \left(T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} T \right). \quad (104)$$

Следуя А. Фоку [64], мы потребуем для уравнений поля (104) выполнения:

1. Условия слабости поля (80) для тензора (100).
2. Условие гармоничности для (квази)декартовых x^i координат

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) x^i = 0. \quad (105)$$

В этом приближении для R_{ik} находим

$$R_{ik} = -\frac{k}{2} \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) a_{ik}. \quad (106)$$

Расписывая уравнения (106) покомпонентно, имеем

$$\frac{1}{k} R_{00} = -\frac{1}{2} \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) a_{00} = \frac{8\pi}{c^4} \left(T_{00} - \frac{1}{2} g_{00} T\right), \quad (107)$$

$$\frac{1}{k} R_{\alpha 0} = -\frac{1}{2} \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) a_{\alpha 0} = \frac{8\pi}{c^4} \left(T_{\alpha 0} - \frac{1}{2} g_{\alpha 0} T\right), \quad (108)$$

$$\frac{1}{k} R_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2} \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) a_{\alpha\beta} = \frac{8\pi}{c^4} \left(T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} T\right). \quad (109)$$

где [64]

$$T_{00} - \frac{1}{2} g_{00} T = \frac{1}{2} \rho c^2, \quad (110)$$

$$T_{\alpha 0} - \frac{1}{2} g_{\alpha 0} T = \rho c^2 v^\alpha, \quad (111)$$

$$T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} T = \frac{1}{2} \rho c^2 \delta_{\alpha\beta}. \quad (112)$$

Подставляя (110) в (107), находим

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \frac{a_{00}}{2} = -\frac{4\pi}{c^2} \rho. \quad (113)$$

Умножая это соотношение слева на $c^2 u^0 = c^2 dx^0 / ds_0$, получим

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A_0 = -\frac{4\pi}{c} j_0, \quad (112)$$

где в нерелятивистском приближении порядка v/c компонента A_0 , с учетом решения (96а), имеет вид

$$A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00} = \varphi_C = -\frac{Ze}{r} \quad (113)$$

что совпадает с компонентой A_0 потенциала (94), а j_0 определяется как

$$j_0 = j^0 = \rho c u^0 = \rho c = \rho \frac{dx^0}{dt} . \quad (114)$$

Здесь ρ – плотность источника поля в системе отсчета, где он покоится. Таким образом, потенциал A_0 для слабых электромагнитных полей удовлетворяет уравнению (112).

(Квази)статический потенциал (113) определяется из решения уравнения (112) в виде объемного интеграла

$$\varphi_C = \int \frac{\rho}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx' dy' dz' \quad (115)$$

Полное решение (96а) записано в системе отсчета, в которой заряд Ze покоится. Если источник поля движется со скоростью v_α , то, кроме потенциала (115), мы имеем 3D векторный потенциал

$$A_\alpha = \int \frac{\rho v_\alpha}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx' dy' dz' . \quad (116)$$

Вместо метрики (96а), мы имеем метрику [64]

$$ds^2 = \left(1 + \frac{e}{\mu} \frac{2\varphi_C}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{e}{\mu} \frac{2\varphi_C}{c^2}\right) (dx^2 + dy^2 + dz^2) + \frac{8}{c^2} \left(\frac{e}{\mu} 2\varphi_C^x dx + \frac{e}{\mu} 2\varphi_C^y dy + 2\varphi_C^z dz\right) dt, \quad (96c)$$

откуда, в нерелятивистском приближении порядка v/c

$$a_{00} = \frac{2\varphi_C}{c^2}, \quad a_{\alpha 0} = \frac{4}{c^2} A_\alpha, \quad a_{\alpha\beta} = \frac{2\varphi_C}{c^2} \delta_{\alpha\beta}. \quad (117)$$

Подставляя эти соотношения в (107)-(109) и, учитывая (110)-(112), получим, кроме (113),

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A_\alpha = -\frac{4\pi}{c} j_\alpha, \quad j_\alpha = \frac{\rho v_\alpha}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx \rho \frac{dx_\alpha}{dt} \quad (118)$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \varphi_C \delta_{\alpha\beta} = -\frac{4\pi}{c^2} \rho \delta_{\alpha\beta}. \quad (119)$$

Объединяя уравнения (112) и (118), получим 4D уравнения Максвелла, записанные через 4D потенциал A_i

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A_i = -\frac{4\pi}{c} j_i, \quad j^i = (\rho c, \rho v^\alpha), \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (120)$$

Вывод № 11: В слабых полях и при нерелятивистских скоростях движения уравнения поля (99) общерелятивистской электродинамики переходят в уравнения (120) электродинамики Максвелла, при этом у тензорного потенциала a_{ik} остаются компоненты, образующие векторный потенциал (94).

6. Некоторые следствия общерелятивистской электродинамики

На сегодняшний день известно несколько следствий общерелятивистской электродинамики, выходящих на эксперимент. Эти аномальные, с точки зрения фундаментальных уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца, эксперименты известны теоретикам. Но теоретики либо описывают их произвольными добавками к фундаментальным уравнениям, введенными «руками», либо вообще игнорируются.

6.1 Электродинамика с переменным зарядом (системы зарядов)

Приближенные уравнения движения (93) и уравнения поля (120) не учитывают поправок к уравнениям электродинамики Максвелла-Лоренца, которые следуют из общерелятивистских уравнений (76) и (99). Считая, что электромагнитное поле является слабым, когда $ds_0 \approx ds_0$, получим для трехмерной части уравнений (76)

$$\frac{du^\alpha}{ds_0} = \frac{e}{\mu c^2} \left\{ F^{\alpha k} \frac{dx^k}{ds_0} - c^2 \frac{1}{c} \frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial t} \frac{dx^\beta}{ds_0} \frac{dx^0}{ds_0} - c^2 \frac{1}{2c} \frac{\partial a_{00}}{\partial t} \frac{dx^0}{ds_0} \frac{dx^0}{ds_0} \frac{dx^\alpha}{ds_0} \right\}, \quad (121)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad \alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3,$$

где

$$F_{\alpha k} = A_{k,\alpha} - A_{\alpha,k},$$

и

$$A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00} \frac{dx^0}{ds_0}, \quad A_\alpha = a_{\alpha 0} c^2 \frac{dx^0}{ds_0}, \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3. \quad (122)$$

Эти уравнения содержат добавки, порожденные тензорной структурой потенциала сильного электромагнитного поля a_{ik} . Для стационарного решения (96с) второй и третий члены в уравнениях (121) исчезают, поскольку в (117) потенциал Кулона φ_C не зависит от времени.

Метрика (96) является вакуумным решением уравнений (99) общерелятивистской электродинамики. В теории Эйнштейна известны вакуумные уравнения, в которых тензор Риччи R_{ik} не равен нулю. В общем виде такие уравнения запишутся как

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = q l_i l_k - \Lambda g_{ik}, \quad (123)$$

где $q = q(x^k)$ - плотность изотропного излучения массы, l_k - изотропный вектор $l_k l^k = 0$, $\Lambda = const$ - лямбда член. Уравнения (123) не содержат гравитационной константы $\kappa = 8\pi G / c^4$, которая стоит в правой части уравнений Эйнштейна. Они так же не содержат константы $8\pi k / c^4$, стоящей в правой части уравнений (99), поэтому уравнения (123) можно рассматривать как вакуумные уравнения общерелятивистской электродинамики. Предположим, что $\Lambda = 0$ и будем искать решение уравнений (123) в этом случае. В результате, мы найдем решение в виде метрики [63]

$$ds^2 = \left(1 + \frac{e}{\mu} \frac{2\varphi_C(t)}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{e}{\mu} \frac{2\varphi_C(t)}{c^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (124)$$

в которой потенциал Кулон $\varphi_C(t) = -Ze(t)/r$ зависит от времени. Уравнения (123) при $\Lambda = 0$ можно записать в виде уравнений (99), а именно

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \nu T_{jm}, \quad (125)$$

где тензор энергии-импульса в уравнениях (B.1) принимает вид [63]

$$T_{jm} = \rho c^2 l_j l_m = -\frac{\dot{r}_e(t)}{\nu r^2} l_j l_m, \quad \dot{r}_e(t) < 0 \quad (126)$$

и

$$r_e(t) = \frac{2eZe(t)}{\mu c^2} = \frac{e}{\mu} \frac{2Ze(t)}{c^2} \neq const \quad (127)$$

- электромагнитный радиус (аналог гравитационного радиуса r_g в теории Эйнштейна).

Записывая плотность заряженной материи ρ в (126) в пределе

$$\dot{r}_e(t) \rightarrow r_e = const, \quad (128)$$

получаем [63]

$$\rho = \frac{4\pi r}{\nu c^2} e \delta(\vec{r}) = \frac{8\pi Ze^2}{\mu c^4} \delta(\vec{r}) = Ze \delta(\vec{r}), \quad (129)$$

где $\delta(\vec{r})$ - 3D функция Дирака и $Ze = const$. Из (129) следует, что в этом предельном случае в уравнениях (125) константа определяется как

$$\nu = \frac{8\pi e}{\mu c^4}, \quad (130)$$

что совпадает с множителем в уравнениях (99).

Используя метрику (124), находим в уравнениях движения (121) скалярное поле

$$S = A_{0,0} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial Ze(t)}{c \partial t} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t}, \quad (131)$$

порожденное переменным зарядом $Ze(t)$. С учетом (131), 3D уравнения движения (121) в нерелятивистском приближении принимают вид

$$\mu \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c} \{ [\vec{v}\vec{H}] + S\vec{v} \}. \quad (132)$$

Отсюда видно, что скалярное поле имеет магнитную природу, но качественно отличается от векторного магнитного поля \vec{H} . Действительно, «скалярная» магнитная сила

$$\vec{F}_S = \frac{e}{c} S \vec{v}, \quad (133)$$

порожденная скалярным магнитным полем S , действует параллельно скорости движения зарядов, тогда как магнитная сила, порожденная векторным магнитным полем \vec{H} , действует перпендикулярно скорости движения. Поэтому работа «скалярной» магнитной силы (133) отлична от нуля. Кроме того, сила (133) спадает с расстоянием \vec{r} медленнее, чем обычная магнитная сила.

В общем случае, в общерелятивистской электродинамике уравнение непрерывности для плотности заряженной материи запишется как

$$\nabla_i(\rho u^i) = \partial_i(\rho u^i) + \rho u^n \Gamma^n_{ij} = 0 \quad (134)$$

Используя метрику (124), находим в нерелятивистском приближении

$$\partial_i(\rho u^i) = -\rho u^n \Gamma^n_{ij} = -(\rho u^0 \Gamma^j_{0j} + \rho u^\alpha \Gamma^j_{\alpha j}) \approx -\rho u^0 \Gamma^j_{0j} \quad (135)$$

или, учитывая, что

$$E_{0,00} = -c^2 \frac{1}{2c} \frac{\partial a_{00}}{\partial t},$$

имеем

$$\partial_j(\rho u^j) = \rho \frac{e}{\mu c^2} u^0 E_{0,00} = -\rho \frac{e}{\mu rc} \frac{\partial Ze(t)}{\partial t}. \quad (136)$$

Очевидно, что для случая переменного заряда источника электромагнитного поля уравнение непрерывности $\partial_j(\rho u^j) = 0$ нарушается, в результате в электродинамике возникает *монополярное скалярное излучение* [63].

Таким образом, уравнения (76) и (99) дополнительно описывают монополярное излучение источника электромагнитного поля, которое в электродинамике Максвелла-Лоренца отсутствует в силу закона сохранения заряда. Свободные векторные электромагнитные поля \vec{E} и \vec{H} представляют собой дипольное излучение и их свойства хорошо изу-

чены во многих технологических приложениях. Впервые скалярное излучение (131) наблюдалось в экспериментах Николой Тесла еще в конце 19 века [56], когда не были построены такие основополагающие теории как специальная и общая теории относительности и квантовая механика. Особенно впечатляют эксперименты Тесла по беспроводной передаче электроэнергии [57], повторенные экспериментально и теоретически описанные автором в Таиланде [65, 66].

Вывод № 12: Общерелятивистская электродинамика описывает наблюдаемое в слабых полях и при нерелятивистских скоростях скалярное поле (131), обнаруженное в экспериментах Н. Тесла, которое не входит в уравнения электродинамики Максвелла-Лоренца.

6.2 Коротко действующие добавки к потенциалу Кулона

В нерелятивистском приближении слабых полей (80) функцию Лагранжа в соотношении (79) можно представить как

$$L = -\mu c \left(g_{ik} \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^k}{dt} \right)^{1/2} \approx T - U. \quad (137)$$

Здесь T – кинетическая энергия «пробной частицы» и U – ее потенциальная энергия. Для системы островного типа на бесконечно большом расстоянии от источника потенциальная энергия в (137) обращается в нуль, т.е.

$$L_{\infty} = T - U_{\infty} = T$$

и пространство событий на бесконечности становится плоским. В результате из (137) мы имеем

$$L_{\infty} = -\mu c \left(\eta_{ik} \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^k}{dt} \right)^{1/2} = T \quad (138)$$

и потенциальная энергия может быть представлена как

$$U = L_{\infty} - L = -\mu c \left[\left(\eta_{ik} \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^k}{dt} \right)^{1/2} - \left(g_{ik} \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^k}{dt} \right)^{1/2} \right]. \quad (139)$$

Отсюда следует простая нерелятивистская формула для вычисления потенциальной энергии взаимодействия

$$U = \frac{\mu c^2}{2} (g_{00} - 1). \quad (140)$$

Используя формулу (140) представим некоторые новые потенциальные энергии, найденные из решения уравнений (123) общерелятивистской электродинамики [63]:

- 1) потенциальная энергия с переменным кулон-ньютоновским взаимодействием

$$U = -\frac{\mu c^2}{2} \frac{[r_e(t) + r_g(t)]}{r}, \quad r_e = \pm \frac{2eZe(t)}{\mu c^2}, \quad r_g = \frac{2M(t)G}{c^2}; \quad (141)$$

2) потенциальная энергия с «электроядерным» (короткодействующим) взаимодействием

$$U = -\frac{\mu c^2}{2} \frac{rr_e + 2r_N^2}{r^2 + r_N^2}, \quad r_e = \pm \frac{2Zze^2}{\mu c^2} = const, \quad r_N = const; \quad (142)$$

3) потенциальная энергия с «электроядерным» взаимодействием и 3D вращением источника

$$U = \frac{\mu c^2}{2} \left(\frac{r^2 - rr_e + 2r_N^2 + a^2 \cos^2 \theta}{r^2 + (r_N - a \cos \theta)^2} - 1 \right), \quad r_e = \pm \frac{2Zze^2}{\mu c^2} = const, \quad r_N = const, \quad a = const; \quad (143)$$

4) потенциальная энергия с «электроядерно-кварковым» взаимодействием

$$U = -\frac{\mu c^2}{2} \left(\frac{r^2 - rr_e + 2r_N^2 - 96\Lambda r^4_N}{r^2 + r_N^2} + 12\Lambda(r^2 + 5r_N^2) \right), \quad (144)$$

$$r_e = \pm \frac{2Zze^2}{\mu c^2} = const, \quad r_N = const, \quad \Lambda = const.$$

Выше показано, что отклонения от кулоновского потенциала в электродинамике было обнаружено в экспериментах Э. Резерфорда [52], Е. Кинзингера [53] и Р. Хофстадтера [54]. В результате появились феноменологические теории ядерных сил и электромагнитных формфакторов, что не является фундаментальным подходом. Для фундаментального описания ядерных взаимодействий, сотрудниками института Физики Вакуума Е.А. Губаревым и А.Н. Сидоровым было предложено использовать решения вакуумных уравнений общерелятивистской электродинамики, которые приводят к короткодействующей добавке к потенциалу Кулона следующей из потенциальной энергии (142)[67-71]

$$U_{eN} = -\frac{\mu c^2}{2} \frac{rr_e + 2r_N^2}{r^2 + r_N^2}, \quad r_e = \pm \frac{2Zze^2}{\mu c^2}, \quad r_N = const, \quad (145)$$

где знак + означает притяжение между зарядом ze с массой μ и центральным зарядом Ze , а знак – отталкивание, r_N – новая короткодействующая константа интегрирования. Из (145) видно, что это потенциал зарядовнезависим, что и наблюдается в ядерных взаимодействиях.

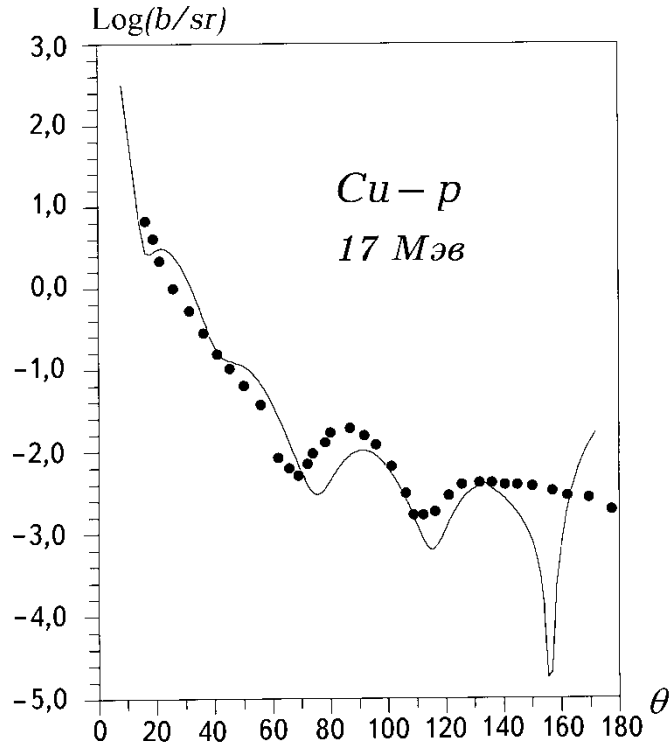


Рис.5. Упругое рассеяние протонов с энергией 17 Мэв на ядрах меди

После обширных вычислительных работ, в которых было проведено сравнение теоретических сечений упругого рассеяния нейтронов и протонов на ядрах ряда элементов, рассчитанных с использованием потенциальной энергии (145), с соответствующими экспериментальными кривыми, было показано [67-71], что потенциальная энергия (145) хорошо описывает ядерные и электро-ядерные взаимодействия. На рис.5 приводится один из графиков сравнений теории и эксперимента. Теоретическая кривая представляет собой дифференциальное сечение рассеяния заряженной частицы – протона с энергией покоя 938,5 Мэв и кинетической энергией 17 Мэв. Экспериментальные точки – дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов энергии 17 Мэв на ядрах меди [63]. Хорошее совпадение теории и эксперимента говорит о том, что ядерные и электро-ядерные взаимодействия (возможно, слабые взаимодействия и электромагнитные формфакторы элементарных частиц и ядер) являются следствием проявления сильных электромагнитных полей, следующих из решений уравнений вакуумной электродинамики (123). В этом случае объединение, например, электромагнитных и ядерных взаимодействий происходит естественным путем без привлечения дополнительных гипотез относительно феноменологических ядерных полей.

Вывод № 13: *Решение уравнений общерелятивистской электродинамики приводит к потенциальной энергии (145), которая обеспечивает фундаментальное описание обнаруженных Э. Резерфордом ядерных сил.*

7. Принципиальное обобщение электродинамики 2. Вакуумная электродинамика

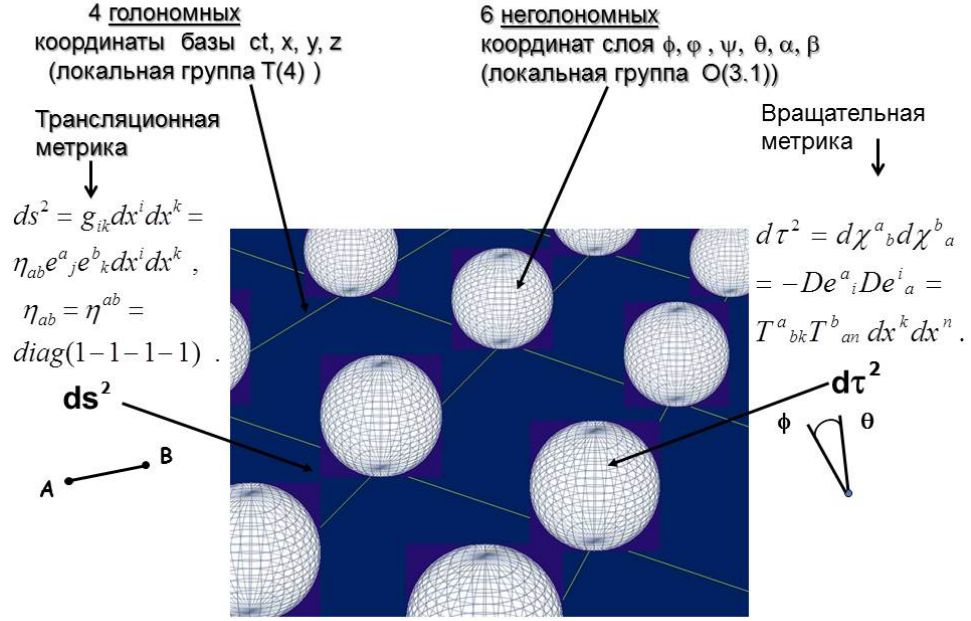
Нетрудно заметить, что общерелятивистская электродинамика построена по аналогии с теорией гравитации Эйнштейна, которая, по мнению самого автора, не является завершённой, поскольку правая часть уравнений Эйнштейна – тензор энергии-импульса материи имеет не геометрической природы и, фактически, вводится в уравнения «руками». Но не эта трудность в теории гравитации Эйнштейна является основной. Из работы [1] следует, что мы с самого начала должны формулировать уравнения электродинамики ковариантным образом относительно ускоренных систем отсчета. Это означает, что:

1. В уравнения электродинамики должны входить поля инерции и порожденные ими силы инерции.
2. В качестве пространства событий электродинамики необходимо использовать 10ти мерное пространство абсолютного параллелизма $A_4(6)$ [63].
3. Размерность пространства событий определяется 10тью степенями свободы произвольно ускоренной 4D системой отсчета (тетрадой).
4. Уравнения электродинамики должны удовлетворять принципу вращательной относительности и, в дополнении к трансляционной римановой метрике (73), содержать вращательную метрику, образованную торсионными полями Риччи [63].
5. Вращательные уравнения Блоха (4) должны появляться в теории как следствие «вращательных геодезических» вакуумной электродинамики, а не вводиться руками, как это сделал Ф. Блох.
6. Абсолютный параллелизм $A_4(6)$ представляет собой вариант неголономной дифференциальной геометрии, поэтому мы имеем дело с неголономной вакуумной электродинамикой.

7.1 Пространство событий и уравнения вакуумной электродинамики

Надо отметить, что А. Эйнштейн использовал геометрию абсолютного параллелизма для поиска уравнений единой теории поля во многих статьях [72]. В теории Эйнштейна свободно падающие лифты не имеют собственного 3D вращения, нет вращательных координат как элементов пространства, *нет вращательной относительности*, хотя сам А. Эйнштейн утверждал, что его уравнения ковариантны относительно произвольно ускоренных систем отсчета. Эти несуразности возникли из-за того, что А. Эйнштейн использовал подход Римана к геометрии. Такой подход представляет собой начальный этап развития неевклидовой дифференциальной геометрии. Как показано в работе [63], для создания единой теории поля надо было использовать подход Клейна (Эрлангенская программа Клейна), который предполагает определять основные объекты геометрии путем предварительного задания ее групповых свойств [73].

Ориентируемое пространство $A_4(6)$



].

Рис. 6. Структура пространства $A_4(6)$

На рис. 6 схематически представлена структура неголономного пространства $A_4(6)$. Одним из основных объектов пространства $A_4(6)$ является неголономная тетрада e^a_j , которая представляет собой математический образ 4D произвольно ускоренной системы отсчета. Координатный индекс $i = 0, 1, 2, 3$ принадлежит базовому пространству 4х трансляционных координат x, y, z, ct , на котором задана трансляционная риманова метрика

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k, \quad g_{jk} = \eta_{ab} e^a_j e^b_k, \quad \eta_{ab} = \eta^{ab} = \text{diag}(1-1-1-1). \quad (146)$$

Локальный индекс $a = 0, 1, 2, 3$ нумерует вектора тетрады e^a_j и принадлежит внутреннему пространству \mathfrak{b}^{mn} неголономных вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$, на котором задана вращательная метрика

$$d\tau^2 = d\chi^a_b d\chi^b_a = -De^a_i De^i_a = T^a_{bk} T^b_{an} dx^k dx^n, \quad (147)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad a, b, c \dots = 0, 1, 2, 3,$$

где $d\chi_{ab} = -d\chi_{ba}$ - дифференциалы неголономных вращательных координат,

$$T^i_{jk} = -\Omega^{..i}_{jk} + g^{im} (g_{js} \Omega^{..s}_{mk} + g_{ks} \Omega^{..s}_{mj}) \quad (148)$$

- коэффициенты вращения Риччи (торсионное поле геометрии $A_4(6)$),

$$-\Omega^i{}_{jk} = T^i{}_{[jk]} = -e^i{}_a e^a{}_{[k,j]} = \frac{1}{2} e^i{}_a (e^a{}_{j,k} - e^a{}_{k,j}), \quad \cdot, k = \frac{\partial}{\partial x^k} \quad (149)$$

-кручение геометрии $A_4(6)$ (объект неголономности) [63]. Отличие от нуля этого элемента обеспечивает:

- 1) неголономность тетрады e_j^a ;
- 2) существование неголономных вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ как элементов пространства;
- 3) существование торсионного поля (148);
- 4) существование вращательной метрики (147), описывающий бесконечно малый поворот векторов тетрады e_j^a и, как результат перечисленных выше свойств, существование неголономной дифференциальной геометрии $A_4(6)$. Как обычно, в пространстве $A_4(6)$ символы Кристоффеля определяются через метрический тензор g_{jk} в виде

$$\Gamma^i{}_{jk} = \frac{1}{2} g^{im} (g_{jm,k} + g_{km,j} - g_{jk,m}). \quad (150)$$

Связность геометрии $A_4(6)$ запишется как [63]

$$\Delta^i{}_{jk} = \Gamma^i{}_{jk} + T^i{}_{jk} = e^i{}_a e^a{}_{j,k} = -e^a{}_j e^i{}_{a,k}. \quad (151)$$

Определяя тензор кривизны $S^i{}_{jkm}$ пространства $A_4(6)$ через связность (151) обычным образом, получим [63]

$$S^i{}_{jkm} = R^i{}_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i{}_{|j|m]} + 2T^i{}_{s[k} T^s{}_{|j|m]} = 0, \quad (152)$$

где

$$R^i{}_{jkm} = 2\partial_{[k} \Gamma^i{}_{|j|m]} + 2\Gamma^i{}_{s[k} \Gamma^s{}_{|j|m]} \quad (153)$$

- тензор Римана и ∇_k - ковариантная производная относительно символов Кристоффеля (150).

Равенство нулю полного тензора кривизны $S^i{}_{jkm}$ пространства $A_4(6)$ является определением геометрии абсолютного (дальнего) параллелизма. Это определение означает, что в пространстве $A_4(6)$ параллельный перенос векторов является голономным, т.е. мы можем сравнивать параллельно переносимые вектора в разных точках пространства, так же как в плоском пространстве Минковского. Это свойство отсутствует в обычной геометрии Римана.

Мы будем рассматривать геометрию $A_4(6)$ в духе Эрлангенской программы Клейна, положив в ее основу локальную группу Пуанкаре, включающую в себя локальную группу

трансляций $T(4)$ и локальную группу 4D вращений $O(3.1)$. Для этого введем дифференциалы

$$dx^i = e^a e^i_a, \quad de^i_b = \Delta^a_b e^i_a \quad (154)$$

где

$$e^a = e^a_i dx^i, \quad \Delta^a_b = e^a_i de^i_a = \Delta^a_{bk} dx^k \quad (155)$$

- дифференциальные 1- формы тетрады e^a_i и связности Δ^a_{bk} пространства $A_4(6)$. Дифференцируя соотношения (154) внешним образом, имеем для пространства $A_4(6)$ следующие структурные уравнения Картана в виде [63]

$$de^a - e^c \wedge T^a_c = 0, \quad (A)$$

$$R^a_b + dT^a_b - T^c_b \wedge T^a_c = 0, \quad (B)$$

где $T^a_c = T^a_{bk} dx^k$ - 1-форма коэффициентов вращения Риччи, $R^a_b = R^a_{bmk} dx^m dx^k$ - 2-форма тензора Римана и

$$e^a \wedge e^c = e^a e^c - e^c e^a$$

- внешнее произведение. Уравнения (A) представляют собой структурные уравнения Картана группы трансляций $T(4)$ пространства $A_4(6)$, порождающей кручение (149) и, следовательно, торсионное поле (148). Соответственно, уравнения (B) являются структурными уравнениями Картана группы вращений $O(3.1)$, порождающей риманову кривизну пространства (153). В тензорных обозначениях уравнения (A) и (B) принимают вид [63]

$$\nabla_{[k} e^a_{j]} + T^i_{[k j]} e^a_i = 0, \quad (A)$$

$$R^i_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]} = 0. \quad (B)$$

Уравнения (A) и (B) можно записать в векторном базисе в виде расширенной системы уравнений Эйнштейна-Янга Миллса [63]

$$\nabla_{[k} e^a_{j]} + T^i_{[k j]} e^a_i = 0, \quad (A)$$

$$R_{jm} - \frac{1}{2} g_{jm} R = \nu T_{jm}, \quad (B.1)$$

$$C^i_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]} = -\nu J^i_{jkm}, \quad (B.2)$$

при этом тензор энергии-импульса T_{jm} в (квази)эйнштейновских уравнениях (B.1) имеет геометрическую природу и выражается через поле торсионное поле T^i_{jm} следующим образом

$$T_{jm} = -\frac{2}{\nu} \left\{ \left(\nabla_{[i} T^i_{j|m]} + T^i_{s[i} T^s_{j|m]} \right) - \frac{1}{2} g_{jm} g^{pn} \left(\nabla_{[i} T^i_{p|n]} + T^i_{s[i} T^s_{p|n]} \right) \right\}. \quad (156)$$

В уравнениях Янга-Миллса (B.2) тензор тока J^i_{jkm} также геометризован и выражается через тензор энергии-импульса (156) (т.е. опять же через поле T^i_{jm}) как

$$J_{ijkm} = 2g_{[k(i} T_{j)m]} - \frac{1}{3} T g_{i[m} g_{k]j}. \quad (157)$$

Используя тензор (156), находим выражение для плотности материи

$$\rho = \frac{T}{c^2} = \frac{g^{jm} T_{jm}}{c^2} = \frac{2g^{jm}}{\nu c^2} \left\{ \nabla_{[i} T^i_{j|m]} + T^i_{s[i} T^s_{j|m]} \right\}. \quad (158)$$

В дальнейшем, мы будем рассматривать уравнения (A) и (B) как уравнения вакуумной электродинамики. По структуре уравнений (A) видно, что они определяют кручение (149) геометрии $A_4(6)$. Что касается уравнений (B), то они распадаются на:

- 10 полностью геометризованных уравнений (B.1), подобных уравнениям общерелятивистской электродинамики (99);
- 10 полностью геометризованных уравнений (B.2), подобных уравнениям Янга-Миллса с калибровочной группой $O(3,1)$.

Вывод № 14: В уравнениях вакуумной электродинамики (B.1) (B.2) источники внешних электромагнитных полей полностью геометризованы и образованы полями инерции (торсионными полями).

7.2 Уравнения движения спинярующей заряженной частицы

В координатах базы x, y, z, ct дифференциалы вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ запишутся как

$$d\chi^i_j = T^i_{jk} dx^k = D e^i_a e^a_j, \quad (159)$$

где D - абсолютный дифференциал относительно символов Кристоффеля Γ^i_{jk} . Поделив левую и правую часть этого равенства на трансляционный интервал (146), получим

$$\Omega^i_j = \frac{d\chi^i_j}{ds} = T^i_{jk} \frac{dx^k}{ds} = \frac{D e^i_a}{ds} e^a_j, \quad (160)$$

где $\Omega_{ik} = -\Omega_{ki}$ - 4D угловая скорость вращения тетрады e^a_i . Напомним, что тетрада e^a_i является математическим образом 4D произвольно ускоренной системы отсчета. Такой объект имеет 10 степеней свободы, из которых 4 описываются трансляционными координатами x, y, z, ct и 6 вращательными координатами $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$. Отметим, что

в теории гравитации Эйнштейна вращательные координаты $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ и вращательная метрика отсутствуют, поэтому описание ускоренных систем отсчета в ней ограничено. Если мы поместим в начало координат тетрады e^a_i «материальную точку», то, с учетом угловых переменных $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$, получим новый идеальный физический объект - «ориентируемую материальную точку» [1].

Умножая связность (151) на e^j_a и используя условия ортогональности

$$e^a_i e^j_a = \delta^j_i, \quad e^a_i e^i_b = \delta^a_b, \quad (161)$$

получим

$$e^i_{a,k} + \Delta^i_{jk} e^j_a = 0.$$

Умножая эти уравнения на dx^k/ds , получаем вращательные уравнения движения тетрады e^j_a

$$\frac{de^i_a}{ds} + \Delta^i_{jk} e^j_a \frac{dx^k}{ds} = \frac{de^i_a}{ds} + \Gamma^i_{jk} e^j_a \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk} e^j_a \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (162)$$

Эти 6 уравнений (в силу условий (161)) представляют собой 4D уравнения Френе, которые описывают движение четырехгранника вдоль мировой линии пространства $A_4(6)$. Представим уравнения (162) в виде

$$\frac{de^i_0}{ds} + \Gamma^i_{jk} e^j_0 \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk} e^j_0 \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (163)$$

$$\frac{de^i_A}{ds} + \Gamma^i_{jk} e^j_A \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk} e^j_A \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad (164)$$

$$i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad A, B, C \dots = 1, 2, 3.$$

Выбирая вектор $e^0_i = dx_i/ds$ касательным к мировой линии, получим из (163) уравнения движения начала O ускоренной системы отсчета (или тетрады), записанные как

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} + \Omega^i_j \frac{dx^j}{ds} = 0, \quad (165)$$

где Ω^i_j - 4D угловая скорость вращения тетрады (160).

Пусть теперь пробная заряженная частица с массой μ и зарядом e связана с началом O произвольно ускоренной системы отсчета (тетрады) и пусть движение происходит в сильных электромагнитных полях (77), тогда уравнения (165) запишутся как

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} = \frac{e}{\mu c^2} E^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} - \Omega^i_j \frac{dx^j}{ds}, \quad (166)$$

где последний член в правой части (166), после умножения на μ , представляет собой силы инерции. В нерелятивистском приближении слабых электромагнитных полей из (166) следуют уравнения движения заряда в ускоренной системе отсчета (56)

$$\mu \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}] - \mu\vec{W} - 2\mu[\vec{\omega}\vec{v}], \quad (167)$$

откуда для 4D угловой скорости (160) следует [63]

$$\Omega_{ij} = -\Omega_{ji} = \frac{1}{c^2} \begin{pmatrix} 0 & -W_1 & -W_2 & -W_3 \\ W_1 & 0 & -c\omega_3 & c\omega_2 \\ W_2 & c\omega_3 & 0 & -c\omega_1 \\ W_3 & -c\omega_2 & c\omega_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (168)$$

Рассмотрим теперь уравнения (164), которые описывают пространственное вращение системы отсчета. В вакуумной электродинамике эти уравнения запишутся как

$$\frac{de^i_A}{ds} = \frac{e}{\mu c^2} E^i_{jk} e^j_A \frac{dx^k}{ds} - T^i_{jk} e^j_A \frac{dx^k}{ds}. \quad (169)$$

В (квази)инерциальной системе отсчета второй член в правой части (169) обращается в нуль и мы имеем

$$\frac{de^i_A}{ds} = \frac{e}{\mu c^2} E^i_{jk} e^j_A \frac{dx^k}{ds}, \quad (170)$$

где E^i_{jk} и g_{ik} определяются согласно (77) и (146) соответственно. Эти уравнения расписываются как

$$\frac{de^0_A}{ds} = \frac{e}{\mu c^2} E^0_{jk} e^j_A \frac{dx^k}{ds}, \quad (171)$$

$$\frac{de^\alpha_A}{ds} = \frac{e}{\mu c^2} E^\alpha_{jk} e^j_A \frac{dx^k}{ds}. \quad (172)$$

Для пространственной триады e^α_A уравнения (172) принимают вид

$$\frac{de^\alpha_A}{ds} = \frac{e}{\mu c^2} E^\alpha_{\beta\gamma} e^\beta_A \frac{dx^\gamma}{ds} = \frac{e}{\mu c^2} E^\alpha_{\beta 0} e^\beta_A \frac{dx^0}{ds} + \frac{e}{\mu c^2} E^\alpha_{\beta\gamma} e^\beta_A \frac{dx^\gamma}{ds}. \quad (173)$$

Как было показано выше, в слабых полях и при нерелятивистских скоростях, в уравнениях (173) можно полагать

$$E_{\alpha,\beta 0} = -\frac{1}{2}c^2 \left(\frac{\partial a_{\alpha 0}}{\partial x^\beta} - \frac{\partial a_{\beta 0}}{\partial x^\alpha} \right) = \frac{1}{2}(A_{\beta,\alpha} - A_{\alpha,\beta}) = \frac{1}{2}F_{\alpha\beta}, \quad ds \approx ds_0 = cdt, \quad \frac{dx^0}{ds_0} \approx 1. \quad (174)$$

Пренебрегая последним членом в (173) и используя условия (174), имеем

$$\frac{de^\alpha_A}{dt} = \frac{e}{2\mu c} F^{\alpha\beta} e_{\beta A} \quad (175)$$

$$\alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3, \quad A, B, C \dots = 1, 2, 3,$$

где напряженность электромагнитного поля $F^{\alpha\beta}$ определяется из (3). Направим вектор e^α_3 вдоль оси z , и пусть спин $s = \hbar/2$ совпадает с осью z . Тогда, после умножения левой и правой части уравнения (175) на $s = \hbar/2$, движение спина будет описываться уравнениями Подаровской [74]

$$\frac{ds^\alpha}{dt} = \frac{e}{2\mu c} F^{\alpha\beta} s_\beta, \quad \alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3 \quad (176)$$

или, в векторной записи,

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{e}{2\mu c} [\vec{s}\vec{H}] = [\vec{s}\vec{\omega}_L], \quad \vec{\omega}_L = \frac{e}{2\mu c} \vec{H}, \quad (177)$$

где ω_L - частота Лармора. Отметим, что уравнения (176) совпадают с уравнениями Блоха (4), но получены фундаментальным образом из вращательных уравнений движения (162), а не введены «руками» в теорию, как это было сделано Блохом [6].

Вывод № 15: Уравнения вакуумной электродинамики, кроме поступательных уравнений (167), содержат вращательные уравнения (177), которые отсутствуют в электродинамике Максвелла-Лоренца.

7.3 Поля и силы инерции в (квази)инерциальной системе отсчета

Ускоренную систему, в которой силы инерции пренебрежимо малы мы будем называть (квази)инерциальной системой отсчета. Из уравнений (165) следует, что в (квази)инерциальной системе отсчета силы инерции обращаются в нуль, т.е.

$$\Omega^i_j \frac{dx^j}{ds} = T^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0. \quad (178)$$

Из соотношения (148) находим, что торсионное поле T^i_{jk} имеет антисимметричную (см. формулу (149)) и симметричную по нижним индексам j, k части, при этом симметричная часть оказывается равной

$$T^i_{(jk)} = g^{im} (g_{js} \Omega^{..s}_{mk} + g_{ks} \Omega^{..s}_{mj}) = 2\Omega^i_{.jk}. \quad (179)$$

Из (178) и (179) получим

$$T^i{}_{(jk)} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad (180)$$

откуда следует, что торсионное поле $T^i{}_{jk}$ отлично от нуля и антисимметрично по всем трем индексам [63]

$$T_{ijk} = -T_{jik} = T_{jki} = -\Omega_{ijk}. \quad (181)$$

Таким образом, в (квази)инерциальной системе отсчета силы инерции *равны нулю, однако поле инерции $T^i{}_{jk}$ отлично от нуля и антисимметрично по всем трем индексам* (см. форму (181)). Соотношения (181) значительно упрощают выражение для геометризованного тензора энергии-импульса (156). Действительно, из (156) следует, что полностью геометризованный тензор энергии-импульса можно представить в виде суммы

$$T_{jm} = T_{(jm)} + T_{[jm]}, \quad (182)$$

причем

$$A_j = T^i{}_{ji} = 0 \quad T_{[jm]} = \frac{1}{\nu} \left(-\nabla_i \Omega^{..i}{}_{jm} - \nabla_m A_j - A_s \Omega^{..s}{}_{jm} \right). \quad (183)$$

При выполнении условия (181) в (183)

$$A_j = T^i{}_{ji} = 0$$

Поскольку левая часть уравнений (B.1) симметрична по индексам j, m , то (183) в уравнениях (B.1) обращается в нуль, откуда следуют уравнения

$$\nabla_i \Omega^{..i}{}_{jm} = 0. \quad (184)$$

Для симметричной части тензора энергии-импульса (156) в (квази)инерциальной системе отсчета имеем

$$T_{(jm)} = \frac{1}{\nu} \left\{ \Omega^{..i}{}_{sm} \Omega^{..s}{}_{ji} - \frac{1}{2} g_{jm} \Omega^{..ji} \Omega^{..s}{}_{ji} \right\}, \quad (185)$$

а плотность материи (158) в этом случае запишется как

$$\rho = -\frac{1}{\nu c^2} \Omega^{..i}{}_{sm} \Omega^{..s}{}_{ji} = -\frac{1}{\nu c^2} T^{ji} T_{ji}{}^s. \quad (186)$$

Таким образом, в (квази)инерциальной системе отсчета плотность материи выражается через квадрат поля инерции (торсионного поля геометрии $A_4(6)$). В общем случае, кручение $\Omega^{..i}{}_{jm}$ имеет 24 независимых компоненты и разлагается на сумму трех неприводимых частей [63]. В (квази)инерциальной системе отсчета две из них оказываются

равными нулю, с оставшейся можно связать с псевдовектором h_j , через который уравнения (184) и тензор (185) выражаются как

$$h_{j,m} - h_{m,j} = 0, \quad (187)$$

$$T_{jm} = \frac{1}{v} \left(h_j h_m - \frac{1}{2} g_{jm} h^i h_i \right). \quad (188)$$

Выражая псевдовектор h_j через псевдоскаляр ψ как

$$h_m = \psi_{,m}, \quad (189)$$

представим тензор энергии-импульса материи (185) в виде

$$T_{jm} = \frac{1}{v} \left(\psi_j \psi_m - \frac{1}{2} g_{jm} \psi^i \psi_i \right), \quad (190)$$

который в квантовой теории представляет собой тензор энергии-импульса безмассового псевдоскалярного поля. Если псевдовектор h_m светоподобен, то его можно записать так

$$h_m = \Phi l_m, \quad l_m l^m = 0, \quad \Phi = \Phi(x^i). \quad (191)$$

В этом случае тензор материи (185) принимает вид *тензора энергии-импульса изотропного излучения*

$$T_{jm} = \frac{1}{v} \Phi^2(x^i) l_j l_m. \quad (192)$$

Для тензора энергии-импульса (126), находим

$$\Phi^2(x^i) = -\frac{\dot{r}_e(t)}{v r^2}, \quad \dot{r}_e(t) < 0, \quad (193)$$

при этом плотность материи оказывается положительной и определяется как

$$\rho = \frac{1}{vc^2} \Phi^2 > 0. \quad (194)$$

С другой стороны, если вектор h_m времениподобен, то его можно представить в виде

$$h_m = \psi_{,m} = \varphi(x^i) u_m, \quad (195)$$

где $u_m u^m = 1$ и $\varphi(x^i)$ – скалярная функция. Подставляя (195) в (185), получим тензор

$$T_{jm} = \frac{1}{v} \varphi^2(x^i) \left(u_j u_m - \frac{1}{2} g_{jm} \right), \quad (196)$$

который можно представить как

$$T_{jm} = \rho c^2 u_j u_m + p g_{jm}, \quad (197)$$

где

$$\rho = \frac{1}{vc^2} \varphi^2(x^i) > 0, \quad p = -\frac{1}{2} \rho c^2 < 0. \quad (198)$$

По своей структуре тензор (197) напоминает тензор энергии-импульса «идеальной жидкости» с отрицательным давлением, однако мы здесь имеем дело с полевым протяженным объектом – сгустком поля инерции.

Вывод № 16: В (квази)инерциальных системах отсчета силы инерции равны (приближенно) нулю, однако порождающие их поля инерции отличны от нуля и образуют плотность материи (198).

8. Признаки «квантовой теории» в вакуумной электродинамике

Известно, что квантовая теория возникла в результате появления в классической электродинамике аномальных экспериментов, не описываемых электродинамикой Максвелла-Лоренца. Было непонятно, почему не излучает электрон, при ускоренном движении в атоме, почему энергия и импульс электромагнитного поля «квантуются» в соответствии с формулами Планка и Эйнштейна

$$E = \hbar \omega, \quad \vec{p} = \hbar \vec{k} \quad (199)$$

и т.д. Гениальное уравнение

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi + \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi - U \psi = 0, \quad (200)$$

фактически «угаданное» Э. Шредингером, а не полученное в результате теоретического обобщения уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца, содержит волновую функцию ψ , которую сам автор долгое время интерпретировал как «поле материи». А. Эйнштейн придерживался подобного мнения, считая, что волновая функция ψ в уравнениях (200) представляет собой физическое поле «пока неизвестной природы [75]».

8.1 Поле инерции, как волновая функция квантовой теории

В вакуумной электродинамике плотность стационарного заряда ρ в предельном случае определяется согласно соотношению (129) через δ – функцию Дирака. С другой стороны, в (квази)инерциальной системе отсчета поле инерции отлично от нуля и удовлетворяет условию (181), при этом плотность материи (198) выражается через квадрат поля инер-

ции. В результате, плотность материи описывает известный в квантовой теории корпускулярно-волновой дуализм

$$\rho = Ze\psi^*\psi = Ze\delta(\vec{r}), \quad (201)$$

где мы ввели нормированное на единицу поле инерции ψ

$$\psi(x^i) = \sqrt{-\frac{1}{\mu v c^2} \varphi(x^i)}, \quad -\frac{1}{\mu v c^2} > 0 \quad \int \psi^* \psi dV = 1. \quad (202)$$

Теперь достаточно предположить, что поле (202) представляет собой волну де Бройля

$$\psi(x_\alpha, t) = \psi_0 \exp\left\{i\left(\frac{P_\alpha x^\alpha}{\hbar} - \frac{Et}{\hbar}\right)\right\}, \quad (203)$$

чтобы получить уравнение Шредингера (200). Для этого достаточно применить тождество Бианки к уравнениям вакуумной электродинамики (99), и получить следующие уравнения движения плотности (201) в (квази) инерциальной системе отсчета в виде уравнений

$$\nabla_j(\rho u^j) = \partial_j(\rho u^j) + \rho u^k \Gamma^j_{kj} = 0, \quad (204)$$

$$\rho \frac{du^i}{ds} + \rho \Gamma^i_{kj} u^k u^j = 0, \quad i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3. \quad (205)$$

Первое из этих уравнений представляет собой полевой аналог обобщенного уравнения непрерывности (полевой закон сохранения заряда). Второе уравнение представляет собой полевой аналог уравнений Эйлера, описывающих движение несжимаемой жидкости. В слабых электромагнитных полях и для постоянных зарядов уравнения (204) и (205) запишутся как

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = 0, \quad j^i = (\rho c, \rho v^\alpha) = \rho \frac{dx^i}{dt}, \quad \alpha = 1, 2, 3, \quad k = 0, 1, 2, 3, \quad (206)$$

$$\frac{dv_\alpha}{dt} = \frac{1}{\mu} (eF_{\alpha 0} + \frac{e}{c} F_{\alpha\beta} v^\beta). \quad (207)$$

Подставляя (201) в уравнение (206), получим

$$\frac{\partial \psi^* \psi}{\partial t} + \text{div}(\psi^* \psi \vec{v}) = 0. \quad (208)$$

Это уравнение нелинейно относительно волновой функции ψ . С помощью подстановки Маделунга [76]

$$\vec{v} = C \text{grad} \ln \frac{\psi}{\psi^*} = C \left(\frac{\text{grad} \psi}{\psi} - \frac{\text{grad} \psi^*}{\psi^*} \right), \quad \psi^* \psi \vec{v} = C(\psi^* \text{grad} \psi - \psi \text{grad} \psi^*),$$

$$C = \text{const.}$$

уравнение (208) сводиться к двум линейным

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + C \Delta \psi + f \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi^*}{\partial t} - C \Delta \psi^* - f \psi^* = 0, \quad (209)$$

где $f(\vec{x}, t)$ - некоторая функция. Пусть нормированное на единицу поле инерции (202) представляет собой волну де Бройля (203), тогда из уравнений (209) следуют уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi - U \psi = 0, \quad i\hbar \frac{\partial \psi^*}{\partial t} - \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi^* + U \psi^* = 0, \quad (210)$$

при этом

$$C = \hbar / i2\mu, \quad f = iU / \hbar, \quad (211)$$

где $U = Ze^2 / r$ - потенциальная энергия взаимодействия заряда e массы μ с центральным зарядом Ze .

Вывод № 17: С точки зрения вакуумной электродинамики, уравнения Шредингера (210) описывают динамику полей инерции, образующих плотность материи.

8.2 Стационарные состояния и поля инерции

Ранее мы показали, что поля инерции играют стабилизирующую роль в электродинамических и гравитационных системах, при ускоренном движении зарядов и масс (см. ф-лы (56)-(59)). Метрика (124) описывает ситуацию, когда электрон с массой μ и зарядом $-e$ движется (например) в поле ядра с массой $M \gg \mu$ и зарядом $+Ze$, $Z = 1, 2, 3, \dots$. Используя метрику (124) и уравнения движения (76), находим два интеграла движения:

- 1) закон сохранения полной энергии движущегося электрона

$$E = \mu c^2 \left(1 - \frac{2Ze^2}{\mu c^2 r} \right)^{1/2} \frac{dx^0}{ds} = \mu c^2 \left(1 - \frac{2Ze^2}{\mu c^2 r} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} = const; \quad (212)$$

- 2) закон сохранения орбитального момента

$$L = \mu r^2 \frac{d\phi}{ds} = const, \quad (213)$$

где ϕ - азимутальный угол. Соотношения (212) и (213) показывают, что в геометризованной электродинамике существует ускоренное движение заряда с сохранением энергии, т.е. без излучения электромагнитных волн. Этот результат можно объяснить тем, что ускоренное движение заряда происходит в соответствии с уравнениями геодезических (76), которые в искривленном и закрученном пространстве абсолютного параллелизма являются кратчайшими, в то время как геодезические (166) оказываются прямыми. Свободный заряд при равномерном и прямолинейном движении не излучает по той же

причине. Его траектория есть геодезическая плоского пространства, в котором кратчайшей является прямая линия (она же прямейшая).

Отметим, что кратчайшие геодезические описывают стационарные орбиты при движении зарядов в поле центральных сил. Поэтому, в геометризированной электродинамике нет необходимости вводить постулат Бора о стационарных состояниях электронов в атомах. В нашем случае, этот постулат квантовой теории есть следствие геодезического движения в параметрическом пространстве абсолютного параллелизма $A_4(6)$.

8.3 Вращательная относительность и квантовая механика

Подводя итог современной теоретической картине мира, Роджер Пенроуз пишет на последней странице своей фундаментальной книги «Путь к реальности» [3]: «Мы все что-то прозевали, что-то очень важное». Мы действительно «прозевали» вращательную относительность, вращательные координаты как элементы пространства, вращательную метрику и торсионные поля, порождающие поля и силы инерции. Более того, основы настоящей квантовой электродинамики связаны с неголономным описанием произвольно ускоренных систем отсчета и с динамикой полей инерции, которые наблюдаются в (квази)инерциальных системах отсчета.

Вращательная относительность, основанная на вращательной метрике (147) и поле инерции (148) утверждает, что относительно трансляционных координатных преобразований в группе $T(4)$ величина T^i_{jk} преобразуется как тензор [63]

$$T^{i'_{j'k'}} = \frac{\partial x^j}{\partial x^{j'}} \frac{\partial x^k}{\partial x^{k'}} \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i} T^i_{jk}, \quad \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i} \in T(4). \quad (214)$$

Однако, относительно неголономных координатных преобразований в группе $O(3.1)$ величина T^a_{bk} имеет не тензорный закон преобразования [63]

$$T^{a'_{b'k}} = \Lambda^{a'}_a T^a_{bk} \Lambda^b_{b'} + \Lambda^{a'}_a \Lambda^a_{b',k}, \quad \Lambda^{a'}_a \in O(3.1) \quad (215)$$

и, следовательно, неголономными преобразованиями вращательных координат может быть обращена в нуль. Из (201) и (202) следует, что заряд источника определяется как

$$Ze = \int \rho dV = Ze \int \psi^* \psi dV. \quad (216)$$

Выбирая угловые переменные так, чтобы величины (215) обратились в нуль, мы, тем самым, обращаем в нуль волновую функцию ψ и заряд источника (216).

Вывод № 18. В квантовой электродинамике, следующей из уравнений вакуумной электродинамики (A) и (B), заряд (и масса) оказывается относительной величиной.

Заключение

Современная общепризнанная электродинамика - противоречивая наука, содержащая в своей основе не существующие в природе объекты, что приводит в ее уравнениях к целому ряду трудностей. Для выхода из теоретического тупика в работе [63] предложена вакуумная электродинамика, которая лишена трудностей электродинамики Максвелла-Лоренца и выдвигает проблему полей и сил инерции в теории поля на передний план.

Особый интерес представляет квантовая электродинамика полей инерции, реализующая давнюю мечту А. Эйнштейн – найти уравнения квантовой теории на пути развития принципа относительности, что и было продемонстрировано в настоящей работе. Принципиально новые результаты в описании электромагнитных явлений были получены при следующих основных предположениях, доказанных аналитически:

1. В природе существуют только ускоренные системы отсчета.
2. Пространство событий электродинамики 10ти мерно, обладает кривизной Римана и кручением Риччи.
3. Поля и силы инерции описываются кручением Риччи геометрии $A_4(6)$.
4. В новой квантовой теории нет понятия не существующей в природе пробной частицы, поскольку в ней уравнения Шредингера описывают частицу как клубок поля инерции, сопровождающий любой физический объект.
5. Любой физический объект описывается единой системой нелинейных уравнений, которые представляют собой структурные уравнения Картана геометрии $A_4(6)$ и могут быть представлены в виде расширенной системы спинорных уравнений Гейзенберга-Эйнштейна-Янга-Миллса [63].
6. Система спинорных уравнений Гейзенберга-Эйнштейна-Янга-Миллса лежат в основе теории Физического Вакуума, которая на современном этапе может рассматриваться как теория Единого Поля, в качестве которого выступает поле Инерции.

08.03.2014.

Литература

1. *Шунов Г.И.* // Застой в теоретической физике и пути выхода из него. Механика. <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/02311123.htm>
2. *Шунов Г.И.* // Почему надо переписывать учебники по классической электродинамике. // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.17456, 13.05.2012, <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/02311111.htm>
3. *Эйнштейн А.* // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 366.
4. *Barnett S.J.* // Science, **30**, 413, 1909, **42**, 163, 459, 1915.
5. *Einstein A., de Haas W.J.*// Verh. D. deut. Phys. Ges., **17**, 152, 1915; **18**, 423, 1916.
6. *Bloch F.*// Physics Review. 1946 **70**, P. 460-473.
7. *Шунов Г.И.* // Квантовая механика как динамика полевых гироскопов // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.16483, 13.04.2011, <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/02311087.htm>
8. *Иваненко Д.Д., Соколов А.А.*// Классическая электродинамика, ГИТТЛ, М., 1951.
9. *Пановский В., Филипс М.*// Классическая электродинамика, ГИФМЛ, М., 1968.
10. *Фейнман Р., Филипс М., Сэнди М.*// Фейнмановские лекции по физике, т.6, М., Мир 1966.
11. *Mie G.*// Ann.Phys., **37**, 511, 1912; **39**, 1, 1912; **40**, 1, 1913.
12. *Born M., Infeld L.*// Proc/Roy.Soc., **A137**, 1410, 1934.
13. *Born M.* // Proc/Roy.Soc., **A137**, 410, 1934.
14. *Abraham M.*// Phys. Zeitschr., **5**, p. 576, 1904.
15. *Dirac.P.* // Proc.Roy.Soc., **A167**,p 148, 1938.

16. *Wheeler, R.Feynman.*// *Rev/Mod/Phys.*, **17**, p. 157, 1945.
17. *Lande. A.*// *Phys/Rev.*, **56**, 482, 1939; **76**, 1176, 1940.
18. *Bhom D., Weinstein.*// *Phys.Rev.*, **74**, 523, 1948.
19. *Зоммерфельд А.* // *Электродинамика*, М., 1958.
20. *Heisenberg W., Pauli W.*// *Zs. F. Phys.*, **56**, 1, 1929; **59**, 1930.
21. *Waller J.*// *Zeits.Phys.*, **62**, 673, 1930.
22. *Oppenheimer J.*// *Phys.Rev.*, **35**, 461, 1930.
23. *Weisskopf V.*// *Zeits.Phys.*, **89**, 27, 1934; *Phys.Rev.*, **56**, 72, 1932.
24. *Dyson F.*// *Phys.Rev.*, **75**, 1736, 1949.
25. *Pauli W., Villars F.*// *Rev.Mod.Phys.*, **21**, 434, 1940.
26. *Vatagin F.*// *Zs.f.Phys.*, **88**, 92, 1934; *Nuovo Cimento*, **5**, 1957.
27. *Марков М.* // *ЖЭТФ*, **10**, 1311, 1940; **16**, 790, 1946.
28. *Блохинцев Д.* // *ЖЭТФ*, **16**, 480, 1946; **18**, 566, 1948; **22**, 254, 1952.
29. *Levy M.*// *Phys.Letters*, **7**, 1, 1963.
30. *Johaem K., Baker M., Willey.* // *Phys.Rev.Letters*, **11**, 11, 1963.
31. *Croenwold H.*// *Physica*, **28**, 12, 1962.
32. *Raifeataigh L., Takahashi V.* // *Helv. Phys.acta.*, **34**, 6, 1961.
33. *Jukava H.* // *Phys.Rev.*, **77**, 219, 1950; **80**, 1047, 1950.
34. *Фейнман Р.*// *Phys.Rev.*, **14**, 6, 1948.
35. *Manus H.* // *Proc.Roy.Soc.*, **A195**, 323, 1948.
36. *Peieres R.* // *Proc.Roy.Soc.*, **A214**, 143, 1952.
37. *Budini R., Fonda L.* // *Nuovo Cimento*, **5**, 3, 1953.
38. *Maris Th., Gerhard J., Hercovitz V.*// *Phys.Rev.Letters*, **12**, 1, 1964.
39. *Ferwerda H.*// *Physica*, **29**, 9, 1963.
40. *Ferwerda H.*// *Physica*, **31**, 5, 1965.
41. *Kroll M.* // *Nuovo Cimento*, **A45**, 1, 1965.
42. Дирак П.// *Пути физики*. М.: Энергатоиздат, 1983.
43. *Фейнман Р.* // *Phys. Today*, **19**, 31, 1966.
44. *Smolin L.*// *The trouble with physics: the rise of string theory, the fall of a science, and what comes next*, Houghton Mifflin, Boston, 2006. (Русский перевод на сайте http://samlib.ru/a/artamonow_j_a/smolin.shtml).
45. *Паули В.*// *Теория относительности*, ГИТТЛ, М-Л, 1947.
46. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* // *Теория поля*. Т.2. М.: Наука, 1988.
47. *Шунов Г.И.* // *Общерелятивистской нелинейная электродинамика с тензорным потенциалом*. Известия вузов, Физика, 1972, № 10, с. 98- 102.
48. *Шунов Г.И.* // *О независимости массы от скорости и релятивистской инвариантности уравнений электродинамики* // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.15951, 17.06.2010. <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161659.htm>
49. *Лармор Дж.* // *Эфир и материя*, Кембридж, 1900 г.
50. *Пуанкаре А.*// В сб. статей «Принцип относительности». М.: Атомиздат. 1973, сс.90-97.
51. *Einstein A.* // *Ann. Phys.* 1905. Vol. 17. P.891.
52. *Rutherford E.* // *Philos. Mag.* 1919, Vol. 37. P. 537.
53. *Kinzing E.*// *Ztshir. Naturforsch.* A.149. Bd.4. S.88.
54. *Hofstadter R.*// *Rev.Mod.Phys.* 1956. Vol. 28, № 3. P.814.

55. *Федянин В.* // Электромагнитная структура ядер и нуклонов. М., Высш. шк., 1968.
56. *Tesla N.* // The one-wire transmission system. [U.S. Patent 0,593,138](#), "Electrical Transformer" (1897).
57. *Tesla N.* "The True Wireless". Electrical Experimenter (May 1919).
58. *Шипов Г.И., Лобова М.А.* // Скалярное излучение в вакуумной электродинамике. Теория и эксперимент. «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.17752, 20.11.2012, <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/02311111.htm>
59. *Пайс А.* // Научная деятельность и жизнь Альберта Эйнштейна. М.: Наука, 1989. 280 с.
60. *Эйнштейн А.* // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1965. Т. 1. С. 297.
61. *Schwarzschild K.* // «Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einstein'schen Theorie». *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften*, **1**, (1916), 189—196.
62. *Шипов Г.И.* // О решении первой проблемы Эйнштейна. М.: Кириллица, 2007, с.38.
63. *Шипов Г.И.* // Теория Физического Вакуума, теория эксперименты и технологии, М., Наука, 1997. 450 с.
64. *Фок В.А.* // Теория пространства, времени и тяготения. М., ГИТТЛ, 1955, сс. 238-241, 245-251, 295-297.
65. *Шипов Г.И.* // Квантовая механика в теории физического вакуума. Винница: ЧП Веда, 2010, с 100.
66. *Шипов Г.И.* // Физический вакуум, торсионные поля, квантовая механика и эксперименты Н. Тесла, <http://shipov-vacuum.com> в разделе Теория.
67. *Губарев Е.А., Сидоров А.Н.* // Тез. докл. XXXVIII науч. конф. фак. физ-мат. и естественных наук Ун-та дружбы народов. М., 1992, доп. вып. С 3.
68. *Губарев Е.А., Сидоров А.Н.* // Тез. докл. VIII Рос. грав. конф. «Теоретические и экспериментальные проблемы гравитации» М.: Рос. гравитац. ассоц. 1993. С.251.
69. *Губарев Е.А., Сидоров А.Н. Шипов Г.И.* // Модель сильного взаимодействия на основе решений уравнений теории Вакуума. Труды V семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", Дубна, 16-18 мая, 1992 , с 232.
70. *Шипов Г.И.* // Фундаментальные взаимодействия в геометрической модели Физического Вакуума. Труды VI семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", Дубна, 26-30 октября, 1993 , с 141.
71. *Губарев Е.А., Сидоров А.Н.* // Вакуумная модель сильного взаимодействия. Новые результаты. Труды VI семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", Дубна, 26-30 октября, 1993 , с 146.
72. *Эйнштейн А.* // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 223-342.
73. *Розов Н.К.* / «Феликс Клейн и его эрлангенская программа», *Mat. Pros., Ser. 3*, **3**, МССМЕ, Moscow, 1999, 49–55.
74. *Шипов Г.И., Подаровская М.И.* // Спин-торсионная формулировка квантовой механики и поля инерции. М.: Кириллица, 2012, с. 49
75. *Эйнштейн А.* // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1967. Т. 4. С. 286.
76. *Маделунг Э.* // Математический аппарат физики, М., Наука, 1961, с.618.
77. *Пенроуз Р.* // Путь к Реальности. Из-во: Институт компьютерных исследований, НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика" 2007 г.